This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

STANFORD UNIVERSITY
LIBRARIES

Nöthige Anfangsgründe

der

Rechenkunst

zum Gebrauch

der

Infanterie- und Cavallerie-Officiere der k. k. Oeſterreichiſchen Armee.

Vom

Freyherrn von Unterberger,

F. M. L.

Wien,

bey Chriſtian Friedrich Wappler und Beck.

1807.

LG

0552
A705

Vorerinnerung.

Ob man zwar vermuthen kann, daß jeder junge Officier soviel von der Rechenkunst wird erlernet haben, als man davon im gemeinen Leben am gewöhnlichsten brauchet; so werden vielleicht doch mehrere seyn, welche nur die Gelegenheit hatten, sich das Rechnen auf eine practische Art ohne allen theoretischen Gründen eigen zu machen. Da man sich aber bey der Anleitung zur gründlichen Erlernung der Geometrie, und anderer mathematischen Wissenschaften öfters auf Gründe der Rechenkunst beziehen muß, um den Anfängern verständlich zu werden; so würden die bloß practischen Rechner die ihnen vorgetragenen Wahrheiten aus der Geome-

trie und anderen mathematiſchen W
ſchaften viel ſchwerer, als jene ein
welche die Rechenkunſt nach mathema
Grundſätzen erlernet haben. Die
allein ſind es alſo, für welche gegen
ge Anfangsgründe der Rechenkunſt be
ſind. Zur Vermeidung der Weitläu
hat man ſich befließen, nur dasjenig
zutragen, was zur Erlernung der nö
Anfangsgründe der Geometrie unum
lich nothwendig iſt. Derjenige, welch
ne Neigung in ſich fühlet, in die mat
tiſchen Wiſſenſchaften tiefer einzudri
der wird in ausgedehnteren Werke
ne Wißbegierde vollkommen befrie
können.

Einleitung

in die

Rechenkunst.

§. 1.

Die Rechenkunst ist jene Kunst, welche gewisse Regeln an die Hand gibt, nach welchen man aus einigen gegebenen oder bekannten Größen oder Zahlen, andere unbekannte finden kann, die zu den gegebenen ein bestimmtes Verhältniß haben.

§. 2.

Werden bey der Rechnung die vorkommenden Größen mit Buchstaben bezeichnet, so wird

sol-

ſolche die Buchſtaben-Rechenkunſt, Algebra genennet; und wenn die Größ mit denen gerechnet werden ſoll, durch Za ausgedruckt werden, ſo heißt ſie die Zahl Rechenkunſt, oder Arithmetik.

§. 3.

Zwey Dinge, welche einerley Größe ben, ſind einander gleich, und die an Größe verſchieden ſind, einander unglei Wenn zwey Dinge einerley Eigenſchaften (Q litäten), und Unterſcheidungszeichen haben, nur in der Größe von einander verſchieden ſi ſo ſind ſie einander ähnlich; findet aber Gegentheil ſtatt, ſo ſind ſie einander u ähnlich.

Es können alſo zwey Dinge einander g ſeyn, ohne daß ſie einander ähnlich ſind, umgekehrt; und zwey Dinge ſind einander und ähnlich, wenn ſie ſowohl in ihrer G als in allen ihren übrigen Unterſcheidungsz gleich ſind.

Die Gleichheit zweyer Dinge pflegt m mathematiſchen Schriften durch das zwiſchen ſelben geſetzte Zeichen (=) und die Aehnlic

dur

durch ($\sim$) auszudrücken, d. i. wenn man anzeigen will, daß A gleich B, oder C ähnlich D ist, so setzet man $A = B$, und $C \sim D$.

Will man aber bemerken, daß zwey Größen einander ähnlich und gleich sind, so setzet man $A \cong B$. Soll aber die Ungleichheit derselben angezeigt werden, so schreibt man z. B. $C > D$, welches anzeigt, daß C größer als D, und $E < F$, daß E kleiner als F ist.

§. 4.

Aus obigen Erklärungen werden folgende allgemeine Grundsätze hergeleitet, die in der Mathematik überhaupt vielfältig gebraucht werden.

1. Jede Größe ist sich selbst gleich, oder auch gleich und ähnlich.

2. Gleiches kann statt Gleichen gesetzt werden, und ähnliches statt ähnlichen.

3. Wenn zwey Größen einer dritten gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich. Eben dieses gilt von ähnlichen.

4. Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genom-

genommen gleich, und folglich größer, al
ner ſeiner Theile.

§. 5.

Eine Menge von Dingen einer Art, t
jedes für ſich ein Ganzes iſt, oder doch al
ſolches betrachtet werden kann, iſt eine Z a
und ein jedes Ganze davon iſt eine Einhei

§. 6.

Bey jeder Rechnung ſoll aus einigen g
benen Zahlen, eine andere gefunden werden
1.), und die beſtimmte Art des Verfahrens
bey, heißt eine Rechnungsart. Wird
zu nur eine Rechnungsart angewendet, ſo h
ſie eine einfache Rechnungsart; wer
aber mehrere einfache gebraucht, ſo wird
eine Zuſammengeſetzte genennt.

§. 7.

Wenn aus einer Zahl eine andere gefun
werden ſoll, ſo ſoll ſie entweder größer c
kleiner, oder vermehret oder vermindert werd
das erſte heißt die Addition, und das ant
di

die Subtraction; daher sind eigentlich nur diese zwey einfache Rechnungsarten; und alle übrigen sind aus diesen zusammengesetzt.

§. 8.

Wenn man eine gegebene Zahl um eine andere vermehret, oder eine Zahl suchet, die beyden zusammen genommen gleich ist, so entstehet die Addition, und die gesuchte Zahl ist die Summe. Wenn aber eine gegebene Zahl um eine andere vermindert, oder aus beyden eine gefunden wird, aus welcher man erkennet, um wieviel die eine der gegebenen größer als die andere ist, so entstehet die Subtraction, und die gefundene Zahl ist der Unterschied von beyden gegebenen, oder der Ueberrest.

§. 9.

Wenn eine Zahl so oft zu sich selbst addirt wird, als eine andere Einheiten enthält, so entstehet die Multiplication. Die erstere dieser Zahlen heißt der Multiplicandus, die andere aber der Multiplicator; beyde zusammen aber die Factoren; und die da-

durch

durch gefundene Zahl das Product, welches allemahl den einen Factor so oft in sich enthalten muß, als der andere Einheiten hat. Folglich ist die Multiplication nichts anderes, als eine wiederhohlte Addition.

§. 10.

Wenn eine Zahl von einer andern so oft als möglich subtrahiret wird, so wird die letztere durch die erstere dividirt, oder es entstehet die Division. Die erstere dieser Zahlen heißt der Divisor, die andere der Dividendus, und die gefundene dritte, welche durch ihre Einheiten anzeigt, wie oft die Subtraction möglich war, der Quotient, folglich ist die Division bloß eine wiederhohlte Subtraction.

§. 11.

Obschon die Multiplication nur eine wiederhohlte Addition, und die Division eine wiederhohlte Subtraction ist (§. 9. und 10.); werden doch die beyden letztern ebenfalls als zwey verschiedene Rechnungsarten angesehen

weil

weil dabey ein eigenes Verfahren ſtatt findet. Daher entſtehen alſo die vier einfachen Rechnungsarten, nehmlich, die Addition, Subtraction, Multiplication und Diviſion.

§. 12.

Wenn die in einer Zahl enthaltenen Einheiten nichts eigentliches oder beſtimmtes anzeigen, ſo iſt dieſes eine abſtracte Zahl; zeigen ſie aber etwas beſtimmtes an, z. B. 5 fl., 3 Klafter, 4 Männer u. ſ. w. ſo wird es eine benannte Zahl genennt. Wenn mehrere benannte Zahlen aus einerley Einheiten beſtehen, z. B. 2 fl., 3 fl., 7 fl. ſo ſind ſie von einerley Benennung; iſt dieſes aber nicht, z. B. 3 fl., 2 Männer, 4 Klafter, ſo ſind ſie von verſchiedener Benennung, und können mit einander nicht verglichen werden; denn was ſollte z. B. die Summe von 3 fl. und 5 Männer vorſtellen? Sind aber die Einheiten einer benannten Zahl nur Theile von den Einheiten einer andern, z. B. 2 fl. 4 Groſchen; oder 2 Klafter und 4 Schuh, ſo würde man die obigen Rechnungsarten mit ihnen zwar ebenfalls nicht geradezu verrichten können, aber man

kann

trie und anderen mathematischen
schaften viel schwerer, als jene ei
welche die Rechenkunst nach mathem
Grundsätzen erlernet haben. Die
allein sind es also, für welche gegen
ge Anfangsgründe der Rechenkunst b
sind. Zur Vermeidung der Weitläuf
hat man sich beflißen, nur dasjenige
zutragen, was zur Erlernung der nöt
Anfangsgründe der Geometrie unumg
lich nothwendig ist. Derjenige, welch
ne Neigung in sich fühlet, in die math
tischen Wissenschaften tiefer einzudrin
der wird in ausgedehnteren Werken
ne Wißbegierde vollkommen befriedig
können.

Ein=

Einleitung

in die

Rechenkunst.

§. 1.

Die Rechenkunst ist jene Kunst, welche gewisse Regeln an die Hand gibt, nach welchen man aus einigen gegebenen oder bekannten Größen oder Zahlen, andere unbekannte finden kann, die zu den gegebenen ein bestimmtes Verhältniß haben.

§. 2.

Werden bey der Rechnung die vorkommenden Größen mit Buchstaben bezeichnet, so wird sol-

ſolche die Buchſtaben-Rechenkunſt, Algebra genennet; und wenn die Gr mit denen gerechnet werden ſoll, durch ausgedruckt werden, ſo heißt ſie die Zal Rechenkunſt, oder Arithmetik.

§. 3.

Zwey Dinge, welche einerley Größe ben, ſind einander gleich, und die an Größe verſchieden ſind, einander ungle Wenn zwey Dinge einerley Eigenſchaften (Q litäten), und Unterſcheidungszeichen haben, nur in der Größe von einander verſchieden ſi ſo ſind ſie einander ähnlich; findet aber da Gegentheil ſtatt, ſo ſind ſie einander un ähnlich.

Es können alſo zwey Dinge einander gleic ſeyn, ohne daß ſie einander ähnlich ſind, ode umgekehrt; und zwey Dinge ſind einander gleic und ähnlich, wenn ſie ſowohl in ihrer Größe als in allen ihren übrigen Unterſcheidungszeiche gleich ſind.

Die Gleichheit zweyer Dinge pflegt man i mathematiſchen Schriften durch das zwiſchen die ſelben geſetzte Zeichen (=) und die Aehnlichkei

durch

durch ($\sim$) auszudrücken, d. i. wenn man anzeigen will, daß A gleich B, oder C ähnlich D ist, so setzet man $A = B$, und $C \sim D$.

Will man aber bemerken, daß zwey Größen einander ähnlich und gleich sind, so setzet man $A \cong B$. Soll aber die Ungleichheit derselben angezeigt werden, so schreibt man z. B. $C > D$, welches anzeigt, daß C größer als D, und $E < F$, daß E kleiner als F ist.

§. 4.

Aus obigen Erklärungen werden folgende allgemeine Grundsätze hergeleitet, die in der Mathematik überhaupt vielfältig gebraucht werden.

1. Jede Größe ist sich selbst gleich, oder auch gleich und ähnlich.

2. Gleiches kann statt Gleichen gesetzt werden, und ähnliches statt ähnlichen.

3. Wenn zwey Größen einer dritten gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich. Eben dieses gilt von ähnlichen.

4. Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genom-

genommen gleich, und folglich größer, als jeder seiner Theile.

§. 5.

Eine Menge von Dingen einer Art, der jedes für sich ein Ganzes ist, oder doch als ein solches betrachtet werden kann, ist eine Zahl und ein jedes Ganze davon ist eine Einheit.

§. 6.

Bey jeder Rechnung soll aus einigen gegebenen Zahlen, eine andere gefunden werden (§. 1.), und die bestimmte Art des Verfahrens dabey, heißt eine Rechnungsart. Wird dazu nur eine Rechnungsart angewendet, so heißt sie eine einfache Rechnungsart; werden aber mehrere einfache gebraucht, so wird sie eine Zusammengesetzte genennt.

§. 7.

Wenn aus einer Zahl eine andere gefunden werden soll, so soll sie entweder größer oder kleiner, oder vermehret oder vermindert werden; das erste heißt die Addition, und das andere

die

die Subtraction; daher sind eigentlich nur diese zwey einfache Rechnungsarten; und alle übrigen sind aus diesen zusammengesetzt.

§. 8.

Wenn man eine gegebene Zahl um eine andere vermehret, oder eine Zahl suchet, die beyden zusammen genommen gleich ist, so entstehet die Addition, und die gesuchte Zahl ist die Summe. Wenn aber eine gegebene Zahl um eine andere vermindert, oder aus beyden eine gefunden wird, aus welcher man erkennet, um wieviel die eine der gegebenen größer als die andere ist, so entstehet die Subtraction, und die gefundene Zahl ist der Unterschied von beyden gegebenen, oder der Ueberrest.

§. 9.

Wenn eine Zahl so oft zu sich selbst addirt wird, als eine andere Einheiten enthält, so entstehet die Multiplication. Die erstere dieser Zahlen heißt der Multiplicandus, die andere aber der Multiplicator; beyde zusammen aber die Factoren; und die da-

durch

durch gefundene Zahl das Product, welc allemahl den einen Factor ſo oft in ſich entt ten muß, als der andere Einheiten hat. Fo lich iſt die Multiplication nichts anderes, als e wiederhohlte Addition.

§. 10.

Wenn eine Zahl von einer andern ſo e als möglich ſubtrahiret wird, ſo wird die letzte durch die erſtere dividirt, oder es entſtehet d Diviſion. Die erſtere dieſer Zahlen heißt der Diviſor, die andere der Dividendus, und die gefundene dritte, welche durch ihre Einheiten anzeigt, wie oft die Subtraction möglich war, der Quotient, folglich iſt die Diviſion bloß eine wiederhohlte Subtraction.

§. 11.

Obſchon die Multiplication nur eine wiederhohlte Addition, und die Diviſion eine wiederhohlte Subtraction iſt (§. 9. und 10.); ſo werden doch die beyden letztern ebenfalls als zwey verſchiedene Rechnungsarten angeſehen, weil

weil dabey ein eigenes Verfahren ſtatt findet. Daher entſtehen alſo die vier einfachen Rechnungsarten, nehmlich, die Addition, Subtraction, Multiplication und Diviſion.

§. 12.

Wenn die in einer Zahl enthaltenen Einheiten nichts eigentliches oder beſtimmtes anzeigen, ſo iſt dieſes eine abſtracte Zahl; zeigen ſie aber etwas beſtimmtes an, z. B. 5 fl., 3 Klafter, 4 Männer u. ſ. w. ſo wird es eine benannte Zahl genennt. Wenn mehrere benannte Zahlen aus einerley Einheiten beſtehen, z. B. 2 fl., 3 fl., 7 fl. ſo ſind ſie von einerley Benennung; iſt dieſes aber nicht, z. B. 3 fl., 2 Männer, 4 Klafter, ſo ſind ſie von verſchiedener Benennung, und können mit einander nicht verglichen werden; denn was ſollte z. B. die Summe von 3 fl. und 5 Männer vorſtellen? Sind aber die Einheiten einer benannten Zahl nur Theile von den Einheiten einer andern, z. B. 2 fl. 4 Groſchen; oder 2 Klafter und 4 Schuh, ſo würde man die obigen Rechnungsarten mit ihnen zwar ebenfalls nicht geradezu verrichten können, aber man

kann

kann ſie auf einerley Benennung bringen, auf einerley Art ausdrücken, wenn man die gröſsern Einheiten der einen in die kleinere andern verwandelt; z. B. wenn man anſtatt 4 Groſchen, 44 Groſchen; und anſtatt 2 Ruthen 4 Schuh, 16 Schuh ſetzet; womit man dann die obigen Rechnungsarten ohne Schwierigkeit vornehmen kann.

Erſter

Erſter Abſchnitt.

Von den erſten Gründen der Zahlenrechnung.

Erſtes Hauptſtück.

Von Zählen.

§. 13.

Zählen (Numeriren) heißt die Größe einer Zahl oder die Menge ihrer Einheiten ausdrücken, oder ausſprechen. Da alſo beym Zählen keine neue Zahl aus andern gegebenen gefunden werden ſoll, ſo wird dabey im eigentlichen Verſtande auch nicht gerechnet, folglich iſt auch die Numeration keine Rechnungsart.

§. 14.

Um die Menge der Einheiten, die in einer Zahl

Zahl vorkommen, zu zählen, und deutlich vorzustellen, ist man überein gekommen, jede Menge von Einheiten, die weniger als Zehen enthält, mit besonderen Zeichen, die man Ziffer oder einfache Zahlen heißt, auszudrücken, und diese sind: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Kommt bey einer Menge von Einheiten noch eine mehr als 9 vor, so wird es mit dem Zeichen (10) ausgedrückt, und Zehen genennt.

Ist bey einer Menge von Einheiten noch um eine mehr, so wird sie mit 11; wenn zwey mehr, mit 12; wenn drey mehr, mit 13; und wenn neun mehr, mit 19 bezeichnet; wobey die erste Ziffer zur linken 1 allemahl eine zusammengesetzte Einheit vorstellet, die 10 einfache oder kleinere Einheiten enthält; die zweyte Ziffer aber zeiget allezeit an, wie viele kleinere Einheiten noch über 10 vorhanden sind. Kommt eine Menge Einheiten vor, welche noch um eine mehr als 19 enthält, so heißt sie Zwanzig, und wird mit (20), und wenn noch mehrere vorhanden, mit 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 ausgedruckt; welches demnach anzeiget, daß die erste Ziffer zweymahl Zehen kleinere Einheiten enthalte, und die zweyte, wie viel noch darüber sind.

Eben so werden, wenn noch mehrere kleine Einheiten vorhanden sind, selbe mit 30, 31, 32 ..... 40, 41, 42 u. s. w., ferner fünfzig

mit

mit 50; sechzig mit 60; siebenzig mit 70; achtzig mit 80; und neunzig mit 90 bezeichnet. Die erste Ziffer zeigt allemahl an, wie vielmahl 10 Einheiten in der Zahl, und die zweyte, wie viel deren noch darüber enthalten sind.

Kommen aber noch mehr als 99 einfache Einheiten auszudrücken, so entstehet wieder eine zusammengesetzte größere Einheit bey der ersten Ziffer, die man Hunderte nennt; und diese enthalten 10 mahl 10; 20 mahl 10; 30 mahl 10; oder 1, 2, 3 Hundert einfache Einheiten, und die zwey übrigen Ziffer zeigen an, wie viel deren noch darüber sind. So zeiget z B. die Zahl 263 an, daß zwey Hundert und sechzig drey einfache Einheiten vorhanden sind.

Eben so gehen die zusammengesetzten Einheiten der Tausende, 1000; der Zehentausende, 10000; der Hunderttausende, 100000 u. s. w. fort, und die Tausend von Tausenden bekommen die Benennung eine Million, die Million von Millionen eine Billion u. s. w. Durch diese Zusammensetzung der Ziffer bekommen selbe einen verschiedenen Werth, nehmlich die erste rechts zeiget die kleinsten Einheiten an, die unter 10 vorhanden, und diese haben daher den einfachen Werth; die zweyte zeiget an, wie viel zehnfach größere Einheiten da sind, und werden daher Zehner genennt; die dritte zeiget den hundertfachen, die

vier-

vierte den tauſendfachen u. ſ. w. Werth
und werden Hunderte und Tauſende u. ſ.
nennt.

Auf ſolche Art wird der künſtliche
der Ziffer, wenn mehrere vorhanden ſind
durch ihre Stelle bezeichnet, und bedeutet
haupt jede Ziffer, welche links vor einer
ſtehet, allemahl 10 mahl ſoviel Einheiten
die vorige, und haben folgende Ordnung:

Einheiten
Zehner
Hunderte } Einfache.

Einheiten
Zehner
Hunderte } von Tauſenden.

Einheiten
Zehner
Hunderte } von Millionen.

Einheiten
Zehner
Hunderte } von Tauſenden von Millionen

Einheiten
Zehner
Hunderte } von Billionen.

oder

978,370,542,607,132.

Die in manchen Fällen öfters dabey vorkommende Nullen (0) zeigen, daß in derselben Stelle keine einfache Einheiten, keine Zehner oder Hunderte u. s. w. vorhanden sind, und die übrigen Ziffer erhalten dadurch nur die gehörige Stellen für ihren Werth. Z. B. 370, oder 504 zeigen an, daß bey den erstern keine Einheiten, und bey den andern, keine Zehner vorhanden sind.

§. 15.

Aufgabe.

Wie eine mit Ziffern geschriebene Zahl auszusprechen?

Auflösung. 1. Es sey die Zahl 378,079,870 gegeben; so theilet die Ziffer von der rechten gegen die linke in Classen ein, und gebet jeder drey Ziffer, die letzte links aber kann oft auch weniger enthalten.

2. Bemerket die erste Zahl der dritten Classe durch einen Strich oder Punct; die erste Zahl der fünften mit zwey Strichen, die siebente mit drey u. s. w.

3. Sprechet die Zahlen der Classe mit Einem Strich durch Millionen, die mit zwey Strichen durch Billionen u. s. w. aus.

4. Alle Ziffer der Classen, wo keine St
che sind, außer in der ersten, sprechet durch Ta
sende aus, die erste Ziffer jeder Classe insbeso
dere sprechet als Einheiten, die zweyte als Ze
ner, und die dritte als Hunderte aus; diejenig
Stellen aber, wo sich 0 befindet, werden n
Stillschweigen übergangen.

So würde man die zum Beyspiel oben g
gebene Zahl in Worten aussprechen: Dreyhu
dert und acht und siebenzig Millionen, neun u
siebenzig Tausend, acht Hundert und siebenzi
Und folgende: 702, 478″, 960, 541′, 897, 50
Siebenmahl Hundert zwey Tausend vier Hunder
acht und siebenzig Billionen, neunmahl Hunde
sechzig Tausend, fünf Hundert ein und vierz
Millionen, achtmahl Hundert sieben und neu
zig Tausend, fünf Hundert und vier.

§. 16.

Aufgabe.

Eine gegebene Zahl recht zu schreiben.

Auflösung. 1. Schreibet die Ziffer ers
lich nach der Größe der aufgegebenen Zahl, un
der größten darin gegebenen Einheiten, und b
stimmet ihre Classen (nach §. 14.).

2. Bemerket diejenigen Classen, worin Mi
lionen

lionen, Billionen, Trillionen u. ſ. w. zu ſtehen kommen, mit 1, 2 oder 3 Strichen.

3. Setzet die Millionen, Billionen u. ſ. w. in ihre gehörige Claſſen, doch ſo, daß die Einheiten davon in die erſte, die Zehner in die zweyte, und die Hunderte in die dritte Stelle jeder Claſſe von der rechten gegen die linke zu ſtehen kommen.

4. Werden die Einheiten, Zehner, oder Hunderte ausgelaſſen, ſo füllet ihre Stellen mit Nullen aus, damit jede Ziffer ihren gebührenden Rang erhalte, ſo iſt die Zahl recht geſchrieben.

Die zuvor gegebene Zahl kann hier wieder zum Beyſpiel dienen.

Zweytes Hauptſtück.

Von der Addition.

§. 17.

Aufgabe.

Wie Zahlen zu einander zu addiren?

Auflöſung. 1. Setzet die Zahlen von einerley Einheiten unter einander, ſo, daß die

Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. ſ. w. zu ſtehen kommen.

2. Addiret nun rechts die kleinſten Einheiten zuſammen, und ſetzet die Summe davon unter den gemachten Strich. Iſt dieſe Summe über 9, ſo ſetzet die Zahl, welche darüber iſt an, das übrige oder die Zehner behaltet im Gedächtniß, addirt ſie zu den folgenden Zehnern, und ſetzet die Summe derſelben ebenfalls unter den gezogenen Strich. Eben ſo verfahret bey den Hunderten und Tauſenden u. ſ. w., ſo iſt die gefundene Zahl die verlangte Summe der gegebenen; z. B.

487	7807	703987
321	4312	23689
808 Summe.	12119 Summe.	3720
		100
		731496 Summe.

Wenn lange Reihen von Zahlen unter einander ſtehen, und zu addiren, oder lateriren ſind, ſo untertheilet man ſie mit einigen Strichen in mehrere Theile, und addiret die Theile zuſammen, bringt aber alsdann dieſe einzelnen Summen in die Hauptſumme, um ſich weniger zu irren.

§. 18.

§. 18.

Aufgabe.

Wie benannte Zahlen von verschiedenen Einheiten zu addiren?

Auflösung. 1. Da bey den benannten Zahlen von den kleinern Einheiten bald mehr, bald weniger in den nächst größern enthalten sind, wie z. B. bey Quintel, Loth, Pfund, Centner; oder bey Kreuzer, Groschen, Gulden u. s. w. so ist allemahl voraus zu wissen nothwendig, wie viel kleinere Einheiten in der nächst größern angenommen, oder festgesetzet sind.

2. Setzet diejenigen Zahlen, so von einerley Benennung sind, dergestalt unter einander, daß die Einheiten unter die Einheiten, die Zehner, Hunderte u. s. w. unter die Zehner und Hunderte zu stehen kommen, und ziehet einen Querstrich darunter.

3. Addirt zuerst die kleinern Einheiten zusammen.

4. Sind in der Summe von den kleinsten Einheiten so viele befindlich, daß sie schon so viel, oder noch mehrere ausmachen, als in der folgenden nächst größern Einheit enthalten seyn sollen; so behaltet sie im Gedächtniß, und addiret sie zu den nächst größern, setzet aber diejenige Zahl, die

noch

noch keine nächst größere ausmacht, in die Summe der kleinsten Einheiten an.

5. Fahret so mit den immer folgenden nächst größern Einheiten fort, so wird die gefundene Zahl der Summe aller gegebenen gleich seyn.

Beyspiele.

30 fl. 12 Gr. 2 kr.	14 ℔ 9 Lth. 3 Qtl.
14 ' 18 ' 1 '	3 ' 26 ' 2 '
45 fl. 11 Gr. — kr.	18 ℔ 4 Lth. 1 Qtl.

§. 19.

Die Probe, daß die Addition richtig geschehen sey, ist, wenn man von der Summe zweyer addirten Zahlen eine wieder abziehet, oder subtrahiret, so muß die andere Zahl übrig bleiben.

Wenn man lange Reihen von Zahlen addiren soll, so kann man ziemlich gewiß versichert seyn, daß richtig vorgegangen worden, wenn man einmahl aufwärts, und einmahl abwärts addiret, und die obere und untere Summen einander gleich sind.

Drittes Hauptstück.

Von der Subtraction.

§. 20.

Aufgabe.

Eine kleinere Zahl von einer größern abzuziehen.

Auflösung. 1. Setzet die Zahl, so von der andern abgezogen werden soll, unter dieselbe, wie bey der Addition (§. 17.), und ziehet einen Querstrich darunter.

2. Ziehet die Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. w. der untern Zahl von den Einheiten, Zehnern, Hunderten u. s. w. von der obern ab, oder vermindert sie um so viel, und setzet jedesmahl die Ueberreste davon an ihre gehörige Stellen unter den Querstrich.

3. Ist die abzuziehende Zahl der obern gleich, so verbleibt nichts, daher wird die Stelle derselben mit o bezeichnet.

4. Ist aber eine der untern Ziffer größer,

als die gerade darüberſtehende, von der ſie abgezogen werden ſoll, ſo wird von der nächſtfolgenden Ziffer links Eine Einheit weggenommen, oder entlehnt, welche nun in der Stelle rechts Zehen gilt, und zu dem daſelbſt befindlichen addirt wird; ſodann wird erſt die untere zu groß geweſene Ziffer davon abgezogen, und der Ueberreſt unter den Querſtrich angeſetzt. Diejenige Ziffer aber, von welcher man eine Einheit geborgt hat, wird mit einem Punct bemerkt, zum Zeichen, daß es nun um Eine Einheit weniger gilt.

5. Iſt die Ziffer, von welcher geborgt worden, eine Nulle, ſo wird von der nächſt folgenden Eine Einheit genommen, und in die Stelle der Nulle gebracht, wo es 10 gilt; weil aber davon wieder Eine Einheit geborgt werden muß, ſo wird ſie nur als 9 angeſehen. Sind mehrere Nullen nach einander vorhanden, ſo gehet man mit dem Borgen ſo weit links, bis man eine Ziffer antrifft, und entlehnt davon Eine Einheit; bemerkt ſie mit einem Punct, zum Zeichen, daß es um Eine Einheit verringert worden, und alle Nullen werden nur Neuner ſeyn, weil in ihrer Stelle ebenfalls Eine Einheit geborgt worden iſt; und ſo verrichtet man endlich die ganze Subtraction, wie gezeigt worden. Die unter dem Querſtrich erhaltene Zahl wird der Ueberreſt ſeyn.

Bey-

Beyſpiele.

6758	389	50047060
4235	42	478342
2523	347	49568718 Reſt.

§. 21.

Aufgabe.

Benannte Zahlen von einander zu ſubtrahiren.

Auflöſung. 1. Setzet die zwey Zahlen unter einander, wie bey der Addition, und unterziehet ſie mit einem Strich.

2. Subtrahiret zuerſt die Zahlen der kleinſten Einheiten von einander, und hernach auch die größern (wie §. 20.).

3. Iſt aber die untere Zahl größer als die obere, ſo muß von der nächſtgrößern Art Einheiten Eine entlehnet werden, welche aber bey benannten Zahlen in der zu nächſt rechts ſtehenden nicht allemahl 10, ſondern ſo viele Einheiten gilt, als das eigenthümliche Maß dieſer benannten Zahlen erfordert; wie z. B. der Centner 100 Pfund, das Pfund 32 Loth, und das Loth 4 Quintel hallet; oder die Klafter 6 Schuh, der Schuh 12 Zoll, und der Zoll 12 Linien in ſich begreift.

Bey-

Beyspiele.

Kl.	Sch.	Zoll.	Pf.	Lth.	Quintl.
23	3	8	42	6	1
7	5	7	13	17	3
15	4	1	28	20	2 Rest.

4. Ereignet es sich, daß in der abzuziehenden Zahl Einheiten von kleinerer Art vorkommen, als in der andern enthalten sind; so kommt man am kürzesten davon, wenn man sogleich von der nächst größern Eine Einheit borget, und sie in so viele kleinere Einheiten zergliedert, als die benannte Zahl in der nächst folgenden Classe fordert. Z. B. es solle von 62 Klaftern, die Zahl 12 Klafter, 4 Schuh, 8 Zoll, 6 Linien abgezogen werden; so setze man sie, indem man von 62 Klaftern eine Klafter zu leihen nimmt, und in kleinere Theile, ohne den eigentlichen Werth zu verändern, zerlegt, folgendermaßen an:

61°	5′	11″	12‴
12	4	8	6
49	1	3	6 Rest.

Die

§. 22.

Die Probe, daß die Subtraction richtig geſchehen iſt, beſtehet in dem: daß man den gefundenen Ueberreſt zu der zu ſubtrahirenden Zahl addirt, und die Summe der größern gegebenen Zahl gleich findet.

Viertes Hauptſtück.

Von der Multiplication.

§. 23.

Da in der Multiplication das Product den einen Factor ſo oft in ſich enthalten ſoll, als der andere Einheiten hat (§. 9.); ſo iſt nöthig, daß man vorher die Producte der einfachen Einheiten von Eins bis auf Neun wiſſe, um von allen möglichen Zahlen die Producte zu finden. Hierzu dienet aber das ſogenannte Einmahl

Eins,

Eins, oder die pythagoriſche Tafel, die l
folget:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

In den beyden äußern Reihen, oben an der linken Seite, ſind die Factoren der fachen Zahlen, und in den mit beyden übei ſtimmenden Quadraten allemahl ihre Prodi Um im Multipliciren eine Fertigkeit zu erhal muß man ſie auswendig lernen.

§. 24.

Aufgabe.

Zwey Zahlen mit einander zu multi ren.

Auflöſung. Erſter Fall. Wenn Multiplicator nur eine einfache Zahl iſt.

1. Si

1. Setzet die Factoren dergestalt unter einander, daß die Einheiten unter die Einheiten, die Zehner unter die Zehner u. s. w. zu stehen kommen, und ziehet einen Strich darunter.

2. Nehmet das Product des Multiplicators in die Einheiten des Multiplicandus aus der pythagorischen Tafel, bis ihr es nach einiger Uebung schon selbst im Gedächtniß habt, und setzet dasselbe unter den Strich in die Stelle der Einheiten; sind aber auch in dem Producte Zehner entstanden, so behaltet sie im Gedächtniß, oder merket sie besonders auf.

3. Setzet die Zehner des Multiplicandus vom neuen als Einheiten an, suchet das Product desselben, und des Multiplicators abermahl in der obigen Tafel, und setzet es in die Stelle der Zehner unter den Strich, nachdem ihr die zuvor übrig gebliebenen, und im Gedächtniß behaltenen Zehner dazu addirt habt. Eben so verfahret man, wenn auch Hunderte oder Tausende u. s. w. vorhanden sind.

Zweyter Fall.

Wenn der Multiplicator aus mehreren Zahlen besteht.

1. Nachdem ihr mit den Einheiten des Multiplicators die vorige Rechnung vorgenommen habt, so setzet die zweyte Ziffer als die Zehner

des-

desſelben vom neuen als Einheiten an, multipliciret dadurch auf obgemeldete Art alle Theile des Multiplicandus, und ſetzet dieſe Producte unter die vorhergehenden, doch dergeſtalt, daß ihr die erſte Ziffer um Eine weiter links anſetzet.

2. Fahret auf dieſe Art mit den Hunderten und Tauſenden, und allen übrigen Theilen des Multiplicators fort, nur daß ihr mit den anzuſetzenden Producten desſelben allemahl um Eine Stelle weiter links weichet, damit die Ziffer ihren gehörigen Rang erhalten.

3. Addiret alle dieſe einzelnen Producte zuſammen, ſo iſt die Summe das ganze Product.

4. Wenn der Multiplicator etwa in der Mitte Nullen hat, ſo wird das Product davon eigentlich übergangen, das Product der nächſtfolgenden Ziffer aber wird um ſo viele Stellen weiter links angeſetzt, als Nullen im Multiplicator auf einander folgen, damit die Ziffer ihren Rang nicht verlieren.

5. Wenn einer von beyden Factoren, oder auch alle beyde zur Rechten Nullen haben, ſo werden ſie während der Rechnung ausgelaſſen, oder als nicht vorhanden angeſehen, nachmahls aber zu dem Hauptproduct wieder angehangen, damit die Ziffer ihren gebührenden Rang bekommen.

Beyspiele.

5384	47506	21642	43000
5	426	3002	200
26920	285036	43284	8600000
	95012	64926..	
	190024	64969284	
	20237556		

6. Es ist willkürlich, welchen Factor man als den Multiplicator annehmen will, weil immer einerley Product erhalten wird; gewöhnlich nimmt man die kleinere Zahl zum Multiplicator an.

§. 25.

Aufgabe.

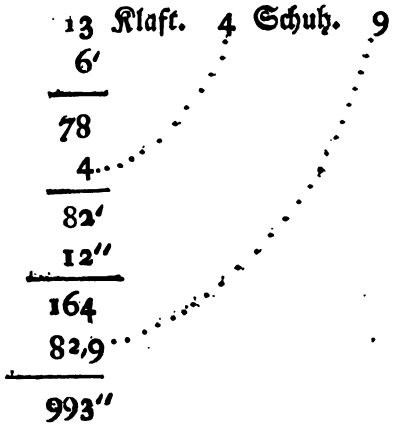
Benannte Zahlen auf kleinere Einheiten zu bringen.

Auflösung. 1. Multipliciret die gegebene benannte Zahl durch ihr eigenthümliches Maß, d. i. durch diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viele kleinere Einheiten Eine nächst größere folgende ausmachen, und fahret damit fort bis auf diejenige benannte Zahl, die vorhanden ist, oder verlangt wird.

2. Sind kleinere Einheiten mit einer größern verbunden, so addiret sie allemahl zu dem gehörigen Product ihrer Benennung. Z. B. Es

seyen

ſeyen 13 Klafter, 4 Schuh, 9 Zoll, auf Zoll zu bringen, ſo ſetzet:



§. 26.

Aufgabe.

Benannte Zahlen zu multipliciren.

Auflöſung. 1. Multipliciret zuerſt die kleinſten Einheiten des Multiplicandus mit den Multiplicator; ſind aber in dieſem Producte Einheiten von der nächſt größern Art enthalten, ſo merket ihre Anzahl beſonders auf.

2. Fahret auf dieſe Art mit den größern Einheiten fort, addiret aber zu ihren Producten diejenige Zahl, ſo in dem vorigen Producte aufbehalten worden.

Oder:

Oder: 1. Bringet die gegebene benannte Zahl auf die kleinste Einheit (nach §. 25.).

2. Multipliciret sie alsdann durch den gegebenen Multiplicator.

Beyspiel.

fl.	Gr.	kr.	dr.
43	14	2	3
			2
87 fl.	9 Gr.	2 kr.	2 dr.

Oder:

Kl. Sch.

23 5 sollen mit 8 multipliciret werden, so setzet:

$$\begin{array}{r} 23^{\circ} \\ 6' \\ \hline 138 \\ 5 \\ \hline 143' \\ 8 \\ \hline 1144 \end{array}$$

Multiplicator,

Product in Schuhen.

Sollte der Multiplicator auch kleinere Einheiten einer benannten Zahl enthalten, z. B. es

ſollen 42°, 4′, 3″ mit 20°, 2′, 8″ multi
pliciret werden, wie insbeſondere bey den Lä
genmaßen gewöhnlich geſchiehet, ſo kann die
Rechnung nach den bisherigen Gründen nicht ge
ſchehen, ſondern ſie ſetzet ſchon Begriffe aus d
Geometrie von Flächen und Körpern voraus
wovon daher das nöthige erſt daſelbſt beyge
bracht werden kann.

§. 27.

Die Probe der Multiplication geſchiehet,
wenn das Product durch einen der Factoren di
vidirt wird, und der andere Factor im Quotie
ten erſcheinet.

Fünf-

Fünftes Hauptstück.

Von der Division.

§. 28.

Die Division ist nichts anders, als die Zerlegung eines Products in seine Factoren, wovon der kleinere der Divisor, und der größere der Dividendus ist; die Zahl aber, welche ausdruckt, wie oft der Dividendus den Divisor in sich enthält, wird der Quotient genennt, und dieser ist es eigentlich, der aus dem Producte des einen und des andern Factors gesucht wird.

§. 29.

Wenn man demnach den Divisor mit dem Quotienten multipliciret, so kommt der Dividendus zum Product. Die Multiplication und die Division sind demnach entgegengesetzte Rechnungsarten, und heben einander auf.

§. 30.

Zur Diviſion mit Zahlen ſind daher
Producte der einfachen Zahlen von 1 bis 9
her wie bey der Multiplication zu wiſſen nö
die in der pythagoriſchen Tafel enthalten
und wenn die in den verſchiedenen mittlern,
in der untern und rechten Seite enthaltenen
ducte als die Dividenden angeſehen werden
wird man in der obern und äußern linken
he derſelben, die mit denſelben übereinſtimm
Factoren, oder den Diviſor, und Quoti
antreffen.

§. 31.

Aufgabe.

Eine Zahl durch eine andere zu dividir

Auflöſung. Erſter Fall. 1. S
den Diviſor links neben den Dividendus;
dert ihn aber durch einen ſenkrechten Strich
von ab; zur Rechten des Dividendus ziehe
falls einen ſolchen Strich, neben welch
dann rechts der Quotient zu ſtehen kommen

2. Unterſuchet nach der pythagoriſch
fel (bis dieſe Sache euch geläufiger wir
oft der Diviſor in der erſten Ziffer des
dus zur Linken, oder wenn ſolche zu k
in den zwey erſten Ziffern desſelben, we

s ein Product aus Einheiten anzusehen habt, rhalten sey. Die Zahl, welche dieses nun sdruckt, setzet in die Stelle, die für den Quo-enten bestimmt ist.

3. Multipliciret den Divisor durch den ge-ndenen Quotienten, und setzet das Product von unter die bereits dividirte Zahl.

4. Ziehet dieses Product von dieser dividir-n Zahl ab, den Ueberrest aber setzet nebst der ächstfolgenden Ziffer des Dividendus unter den emachten Querstrich.

5. Dividiret auf diese Art von neuen die nterhalb stehende Zahl mit dem Divisor, und tzet den erhaltenen Quotienten davon allezeit um ne Stelle weiter neben dem vorigen; so fah-t damit fort, so lang noch Ziffer im Dividen-us vorhanden sind.

6. Bleibt bey der letzten Subtraction noch was übrig, so ist es ein Zeichen, daß der Di-isor nicht mehr ein ganzesmahl, sondern nur och ein Theil davon im Dividendus enthal-n sey.

Beyspiele.

I.	II.
3|8475|2825	4|68215|17053¼
6	4
24	28
24	28
= = 7	= = 21
6	20
15	= 15
15	12
= =	= 3

Auflösung im zweyten Falle. Wenn nehmlich der Divisor aus mehreren Ziffern bestehet.

1 Nachdem der Platz des Dividendus, Divisors und Quotienten, wie vorhin, bestimmt worden, so untersuchet, wie oft die erste Ziffer des Divisors zur Linken in der ersten, oder wenn es zu klein, in den zwey ersten des Dividendus enthalten ist, und die Zahl, die solches anzeiget, setzet in die Stelle des Quotienten.

2. Multipliciret diesen gefundenen Quotienten durch den ganzen Divisor, und setzet das Product davon unter die dividirte Zahl des Dividendus. Ist dieses Product etwa größer als die dividirte Zahl ausgefallen, so ist es ein Zeichen, daß ihr den Quotienten zu groß genommen

men habt, deßwegen verringert den Quotienten so lang um Eins, bis sein Product entweder der dividirten Zahl ganz gleich ist, oder doch zu nächst kleiner wird, d. i. bis der Unterschied davon geringer als der Divisor ist.

3. Subtrahiret dieses Product von dem Dividendus, und setzet den erhaltenen Ueberrest nebst der nächstfolgenden Ziffer des Dividendus weiter herunter.

4. Dividirt diese Zahl vom neuen, und fahret auf diese Art fort, bis keine Ziffer mehr im Dividendus herabzusetzen übrig sind.

5. Bleibt bey der letzten Subtraction noch ein Ueberrest, so ist es ein Zeichen, daß der Divisor nicht mehr ein ganzesmahl in dem Dividendus enthalten ist, und wird dem Quotienten rechts als ein Bruch beygesetzt, wovon der gebliebene Ueberrest, der Zähler, und der Divisor, der Nenner ist, und anzeiget, daß der Divisor im Dividendus nur noch so oft, als dieser Bruch anzeigt, enthalten sey.

Beyspiel.

327 | 275842 | $843\frac{131}{327}$
2616
1424
1308
1162
981
181 Rest.

§. 32.

Da es bisweilen geschiehet, daß nach der Subtraction eines einzelnen Products der Ueberrest auch sammt der dazu herunter gesetzten Ziffer des Dividendus kleiner, als der Divisor ist, und derselbe darinn nicht enthalten seyn kann, so wird in diesem Falle in dem Quotienten eine Null gesetzt. Weil aber diese, mit dem Divisor multiplicirt, kein Product gibt, so bleibt die vorige Zahl stehen, und wird noch die folgende Ziffer des Dividendus dazu herunter gesetzt, und mit der Division fortgefahren.

Beyspiel.

67 | 71873 | $1072\frac{49}{67}$
67
487
469
183
134
49 Rest.

Wenn

§. 33.

Wenn der Divisor rechts Nullen bey sich hat, so kann man sie der Kürze wegen als nicht vorhanden ansehen; man schneidet aber von dem Dividendus rechts so viele Ziffer ab, als im Divisor Nullen vorhanden sind, und verrichtet die Rechnung nur mit den übrigen Ziffern. Die abgeschnittenen Ziffer vom Dividendus werden aber zuletzt dem etwa übrig bleibenden Rest zugesetzt, und zusammen als der Zähler des Bruches, wovon der Divisor sammt seinen Nullen der Nenner ist, angesehen.

Beyspiel.

43,00 | 8732,41 | 203 $\frac{341}{4300}$
86
= 132
129
= = 341 Rest.

§. 34.

Wenn sowohl der Divisor als Dividendus am Ende gleich viel Nullen haben, so können sie in beyden, als ob sie gar nicht vorhanden wären, hinweg gelassen werden. Hat aber der Dividendus mehrere Nullen, als der Divisor, so werden von dem ersten nur so viele hinweg geschnitten,

ten, als in dem zweyten enthalten sind. Im Gegenfalle aber, wenn nehmlich der Divisor mehr Nullen hat, so werden doch vom Dividendus nebst seinen Nullen noch so viele wirkliche Ziffern abgeschnitten, bis sie zusammen den Nullen des erstern gleich kommen. Endlich, hätte zwar der Dividendus Nullen, der Divisor aber keine, so darf auch von den erstern nichts weggeschnitten werden.

Beyspiele.

I. 24,000 | 837,000 | 34 $\frac{21000}{24000}$

72

117

96

21000 Rest.

II. 32,00 | 420,00 | 13 $\frac{400}{3200}$

32

100

96

400 Rest.

III. 43,0000 | 48,3200 | 1 $\frac{53200}{43000}$

43

53200 Rest.

IV.

IV. 342 | 3672000 | 10736 $\frac{288}{342}$

342

2520

2394

1260

1026

2340

2052

288 Rest.

§. 35.

Wenn der Divisor zur Linken nur die Ziffer 1, übrigens aber lauter Nullen hat, so kann man die Division ganz kurz verrichten, wenn man rechts von den Dividendus eben so viele Ziffer abschneidet, sie als einen Bruch ansiehet, und die zur Linken übrig gebliebenen Ziffer des Dividendus zum Quotienten annimmt.

Beyspiel.

1000 | 3579402 | 3579 $\frac{402}{1000}$

§. 36.

Da es bey Divisionen, wo der Divisor aus mehreren Ziffern bestehet, den Anfängern öfters schwer fällt, sogleich und ohne viele Versuche die wahren Theile des Quotienten zu finden, damit

das

das Product derſelben in dem Diviſor
groß, noch zu klein ausfalle, ſo kann
des folgenden Hülfsmittels bedienen.

Man ſuchet nehmlich anfangs die
des Diviſors durch alle Einheiten von
Neun, entweder durch die Addition,
die gewöhnliche Multiplication, und ſ
ſonders in Geſtalt einer kleinen Tafel z

Wenn man dann bey einer Di
Quotienten ſuchet, ſo ſiehet man nur
fel nach, welches Product in derſelbe
vorhandenen einzelnen Dividenden entn
kommt, oder wenigſtens das nächſt k
ſo findet man ſogleich den wahren
darneben, und man darf nur das Pro
ben in den Diviſor davon abſchreiben
ter den Dividendus ſetzen.

Beyſpiel.

1	24623
2	49246
3	73869
4	98492
5	123115
6	147738
7	172361
8	196984
9	221607

24623 | 69435821 | 2
49246
201898
196984
= 49142
24623
245191
221607
= 23584 R

§. 37.

Benannte Zahlen, welche in kleinern Ein-
iten gegeben ſind, auf größere zu bringen.

Auflöſung. Dividiret die gegebene Zahl
urch das ihr eigenthümliche Maß der nächſtfol-
:nden größern Einheit, d. i. die Zolle z. B. mit
2, ſo erhält ihr Schuhe; die Schuhe mit 6,
erhält ihr Klafter; weil wirklich in Einem
)chuh 12 Zolle, und in der Klafter 6 Schuh
ıthalten ſind.

Auf ähnliche Art verfahret man bey Mün-
:n, Gewichten u. a. dgl. benannten Zahlen,
)enn ſie von kleinern auf größere Einheiten ge-
racht werden ſollen.

Beyſpiel.

Zoll.	Zoll.	Schuh.	Klaft.	Schuh.	Zoll.
12	62453	6 5204	807	2	5
	60	48			
	' 24	' 40			
	24	36			
	'' 53	' 44			
	48	42			
	' 5 Zoll.	' 2 Schuh.			

...Product derſelben in dem Diviſor weder ...zu groß noch zu klein ausfalle, ſo kann man ...folgenden Hülfsmittels bedienen.

Man ſuchet nehmlich anfangs die Prod... des Diviſors durch alle Einheiten von Eins ...rum, entweder durch die Addition, oder d... die gewöhnliche Multiplication, und ſetzet ſie ...nders in Geſtalt einer kleinen Tafel zuſamm...

Wenn man dann bey einer Diviſion e... Quotienten ſuchet, ſo ſiehet man nur in der ...fel nach, welches Product in derſelben dem vorhandenen einzelnen Dividenden entweder g... kommt, oder wenigſtens das nächſt kleinere ſo findet man ſogleich den wahren Quotie... darneben, und man darf nur das Product de... ben in den Diviſor davon abſchreiben, und ter den Dividendus ſetzen.

Beyſpiel.

1	24623
2	49246
3	73869
4	98492
5	123115
6	147738
7	172361
8	196984
9	221607

24623 | 69435821 | 2819 $\frac{11}{24}$

49246

201893

196984

= 4 9142

24623

245191

221607

= 23584 Reſt.

Be

werden soll, und man die Größe eines solchen Theiles zu wissen verlangt.

Das andere aber, wenn die Größe eines Theiles gegeben ist, und man zu wissen nöthig hat, wie viele solcher Theile in der gegebenen Zahl vorhanden sind.

Zum Beyspiel: Es sollen 549 Klafter, 5 Schuh, 8 Zoll in 4 Theile getheilt werden; so setzet:

4 | 549° 5′ 8″ | 137 Kl. 2 Sch. 11 Zoll.
4
14
12
29
28
1 Rest = 6′
5
4 | 11
8
3 Rest = 36″
8
4 | 44
44
0

Fer-

Ferner; es ſollen 650 fl. 56 kr. in gleiche Theile getheilet werden, ſo ſetzet

5	650 fl.	56 kr.	130 fl. 11 $\frac{1}{5}$ kr.
	5	5	
	15	56	
	15	5	
	00	1 Reſt.	

Ferner; man verlangt zu wiſſen, wie mahl 320 fl. 36 kr. in 996 fl. 48 kr. enth ſind; ſo ſetzet abermahl:

320 fl. 36 kr.)	996 fl. 48 kr.
60	60
19200	59760
36	48
19236 kr.	59808

Ferner:

19236 | 59808 | 2 $\frac{2100}{19236}$ mal.
57708
2100

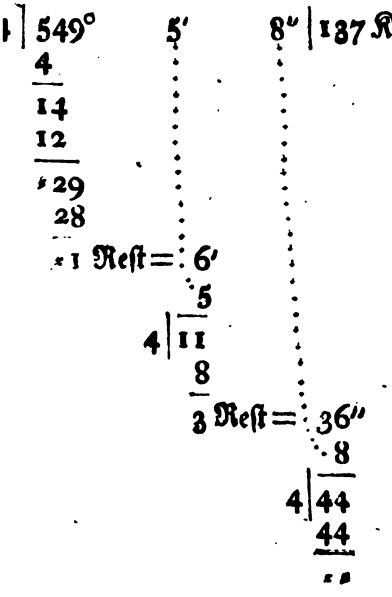
§. 39.

Da die Multiplication und Diviſion ent gengeſetzte Rechnungen ſind, und die letz nichts

werden soll, und man die Größe eines solchen Theiles zu wissen verlangt.

Das andere aber, wenn die Größe eines Theiles gegeben ist, und man zu wissen nöthig hat, wie viele solcher Theile in der gegebenen Zahl vorhanden sind.

Zum Beyspiel: Es sollen 549 Klafter, 5 Schuh, 8 Zoll in 4 Theile getheilt werden; so setzet:



Fer-

Ferner; es ſollen 650 fl. 56 kr. in fünf gleiche Theile getheilet werden, ſo ſetzet

5	650 fl.	56 kr.		130 fl. 11 $\frac{1}{5}$ kr.
	5	5		
	15	56		
	15	5		
	00	1 Reſt.		

Ferner; man verlangt zu wiſſen, wie vielmahl 320 fl. 36 kr. in 996 fl. 48 kr. enthalten ſind; ſo ſetzet abermahl:

320 fl. 36 kr.)	996 fl. 48 kr.
60	60
19200	59760
36	48
19236 kr.	59808

Ferner:

19236	59808	2 $\frac{2100}{19236}$ mal.
	57708	
	2100	

§. 39.

Da die Multiplication und Diviſion entgegengeſetzte Rechnungen ſind, und die letzten nichts

nichts als die Auflösung der erstern in ihre Factoren ist, so geschiehet die Probe der Division, wenn der Quotient mit dem Divisor multiplicieret wird, und alsdann im Producte der Dividendus richtig erscheint; wäre aber in der Division noch ein Rest geblieben, so muß er zu diesen Product noch addiret werden, damit die Summe davon dem Dividendus gleich werden könne.

§. 40.

Grundsätze.

Welche aus den vier einfachen Rechnungsarten fließen.

1. Wenn man zu zwey gleichen Größen zu jeder eine gleiche Größe addirt, so sind die Summen gleich. Werden aber zu zwey gleichen Größen ungleiche addirt, so ist die Summe, wo die größere addirt ist, größer, und die andere kleiner.

2. Wenn von zwey gleichen Größen von jeder eine gleiche Größe abgezogen wird, so sind die Ueberreste gleich. Wenn aber von zwey ungleichen Größen von jeder eine gleiche subtrahiret wird, so werden die Unterschiede ungleich.

3. Wenn jede von zwey gleichen Grö
mit einer dritten multipliciret wird, ſo wer
die Producte gleich. Sind aber die zwey Gr
ßen ungleich, ſo werden auch ihre Produ
ungleich.

4. Wenn zwey gleiche Größen, jede
einer gleichen Größe dividirt werden, ſo ſind
Quotienten gleich; ſind aber die Größen
gleich, ſo werden es auch die Quotienten ſeyn.

Zeichen, daß ſie zu der vorhergehenden addiret werden ſoll; z. B. a + b.

Wenn hingegen eine mit dem Zeichen (—) folget, ſo ſoll ſie von der vorhergehenden abgezogen werden; z. B. a — c.

§. 45.

Wenn mehrere algebraiſche Größen hinter einander ſtehen, z. B. wie a + b — c, ſo iſt es einerley, in welcher Ordnung dieſelben ſtehen, wenn nur ihr Werth nicht verändert wird; folglich haben ſie keinen Rang wie die Ziffer, die ihre gewiſſe Stelle behalten müſſen; nur wird vor erſten vorkommenden Größe allemahl eine bejahende geſetzt; ſo iſt z. B. a + b + c — d = b + c + a — d u. ſ. w.

§. 46.

Wenn eine algebraiſche Größe etwelchemahl genommen, oder öfters zu ſich ſelbſt addiret werden ſoll, ſo wird vor den Buchſtaben, welcher dieſe Größe ausdruckt, eine Ziffer geſetzet, die anzeiget, wie oft die Größe zu ſich ſelbſt addirt werden ſoll, und dieſe Ziffer wird der Coefficient genennt; deßwegen wird anſtatt a + a + a nur 3a geſchrieben.

§. 42.

Jede Größe, die durch Buchſtaben aus
druckt iſt, heißt eine algebraiſche Größ
und man pflegt beym Rechnen die bekannten G
ßen mit den erſtern Buchſtaben des lateiniſc
Alphabets, wie z. B. a, b, c, d u. ſ. w.
Unbekannten aber mit den letztern x, y, z u
Belieben zu benennen.

§. 43.

Jene Größen, welche bey einer algebraiſc
Rechnung wirklich vorhanden ſind, heißen b
jahende Größen, und wenn ſie zwiſchen
dern ſtehen, ſo werden ſie mit dem vorher
ſetzten Zeichen (+) plus, oder mehr, bemer
ſtehen ſie aber allein, oder am erſten vor m
reren andern, ſo bleibt dieſes Zeichen gar a
Hingegen heißen jene Größen, welche anzeige
um wie viel die vorhergehenden kleiner, o
vermindert werden ſollen, verneinende, n
gative Größen, und man ſetzt ihnen d
Zeichen (−) d. i. weniger oder minus vor.

§. 44.

Wenn eine algebraiſche Größe nach ei
andern mit dem Zeichen (+) ſtehet, ſo iſt es e
Zei

§. 49.

Wenn anzuzeigen ist, daß eine einfache Grö-
etwelchemahl durch sich selbst multiplicirt ist,
:r werden soll; so setzet man, anstatt die Grö-
wiederhohlt hinter einander zu schreiben, wie z.
. a a a, oben zur Rechten in die Höhe eine Zif-
, welches die Zahl andeutet, wie oft die Grö-
mit sich selbst multipliciret ist, oder werden
; so setzet man z. B. anstatt a a a bloß a^3, und
Ziffer, so man dabey gebraucht, wird der
:ponent genennt. Ist die Größe aus meh-
en zusammen gesetzt, so ziehet man oben einen
rich über dieselben, und setzet rechts den Ex-
nenten daran; z. B. $\overline{a+b-c}^2$.

§. 50.

Wenn die Division algebraischer Größen an-
)eutet werden soll, so wird entweder unter den
ividendus eine Linie gezogen, und der Di-
or darunter gesetzt, oder auch zwischen dem
ten und andern das Zeichen (:) von zwey Punc-
gemacht, wie z. B. $\frac{a}{b}$ oder c : d.

Sind die Größen zusammengesetzt, so wird
ch der ersten Art der horizontale Strich unter
e Glieder des Dividendus gezogen, und der

gan-

§. 47.

Positive, und negative Größen, folglich die unter den Zeichen + und − stehen, heben einander auf. Wenn also bey einer zusammen gesetzten Größe einerley Buchstaben mit verschiedenen Zeichen + oder − vorkommen, so heben sie sich auf; z. B. $a-a=o$. Haben sie aber Coefficienten bey sich, so werden diese von einander abgezogen, und nur der Ueberrest davon wird angesetzt; z. B. $5a-2a=3a$, und $2b-3b=-b$.

§. 48.

Wenn angezeigt werden soll, daß einfache Größen mit einander multipliciret werden sollen, so werden die Factoren durch das Zeichen (×) mit einander verbunden; wie z. B. $a \times b$, oder noch gewöhnlicher, ohne allen Zeichen nach einander gesetzt; z. B. wie ab. Sind aber die Factoren zusammengesetzte Größen, so pflegt man sie entweder, jeden besonders in Parenthesis ( ) einzuschließen, oder auch oben eine Linie darüber zu ziehen, so weit sie zusammen gehören, und das Multiplicationszeichen × dazwischen zu setzen; wie z. B. $(a+b-c) \times (d+e-f)$ oder $\overline{a+b-c} \times \overline{d+e-f}$.

Wenn

Zweytes Hauptstück.

Von der Addition algebraischer Größen.

§. 52.

Aufgabe.

Algebraische Größen zu addiren.

Auflösung. 1. Setzet die gegebene Größe mit ihren Zeichen nach einander, und die andere darunter.

2. Sind ähnliche Größen mit einerley Zeichen vorhanden, so addiret erstlich ihre Coefficienten zusammen, und lasset das Zeichen unverändert; sind aber die Zeichen verschieden, so ziehet die kleinern Coefficienten von den größern ab, und zu den Ueberrest setzet das Zeichen des größern; sind aber die Coefficienten in dem letztern Falle gleich, so heben sie sich ganz auf. Durch dieses Verfahren wird die zusammengesetzte Größe auf wenigere oder kleinere Glieder gebracht, welches man Abkürzen oder Reduciren nennet.

Z. B.

ganze Diviſor darunter geſetzt, z. B. $\frac{a+ac-}{a+ab}$
und nach der andern Art werden ſie entwe
in ( ) Parentheſis eingeſchloſſen, und das
chen (:) dazwiſchen geſetzt, oder auch ein St
oben darüber gezogen, z. B. (a + ac — d
: (a + ab), oder auch wie $\overline{ab+dc} : \overline{e+af-}$

§. 51.

Aehnliche Größen werden diejeni
genennt, die durch einerley Buchſtaben und E
ponenten ausgedruckt werden; haben ſie aber v
ſchiedene Buchſtaben, oder auch nur verſchied
ne Exponenten, ſo ſind ſie unähnlich; z. B
$a + 3ab^2 + c^3 - 2ac^4$, und $a + ab^2 + 2c^3 + 3a$
ſind ähnliche, und $a + b^2 - 3ab^3$, und $a^2 + d - 3a$
ſind unähnliche Größen.

---

werden ſollen, jedoch mit verkehrten Zeichen, d. das Zeichen + wird in −; und − in + verwandelt.

2. Kürzet den gefundenen Unterſchied ab, ſo weit es geſchehen kann, d. i. laſſet jene Größen aus, die ſich durch entgegengeſetzte Zeichen aufheben, oder vermindert ihre Coefficienten, ſo viel es geſchehen kann.

Beyſpiele.

Solle b von a abgezogen werden, ſo ſetzet a − b. Wäre b − c von ad zu ſubtrahiren, ſo iſt ad − b + c der Unterſchied.

Verlangt man, daß von 5a + 6ac − 4bc die Größen 2a − 3ac + 3bc abgezogen werden ſollen, ſo iſt der Unterſchied 5a + 6ac − 4bc − 2a + 3ac − 3bc; und verkürzt 3a + 9ac − 7bc.

Wenn man den Unterſchied von $4a^3 - 2c + 3bd$, und von $3a^3 + 6c - 2bd$ verlangt, ſo iſt er durch die Verkehrung der Zeichen

$$4a^3 - 2c + 3bd - 3a^3 - 6c + 2bd,$$ und wenn er verkürzt wird, $a^3 - 8c + 5bd$.

So iſt z. B. der Unterſchied von $3ab + 3c^2 + 7bc$, und $ac^2 - ab + 7bc$, erſtlich $3ab + 3c^2 + 7bc - ac^2 + ab - 7bc$, und dieſen reducirt $= 4ab + 3c^2 - ac^2$.

Von,

Von $ad - bc + e^2$ wäre $4ad + 3bc + e + dc$ abzuziehen, so ist $ad - bc + e^2 - 4ad - 3bc - e - dc$ ist abgekürzt $-3ad - 4bc + e^2 - e - dc$ der Unterschied.

Viertes Hauptstück.

Von der Multiplication der algebraischen Größen.

§. 54.

Wenn algebraische Größen mit einander multiplicirt werden sollen, und beyde Factoren haben einerley Zeichen, so wird ihr Product positiv oder erhält das Zeichen (+); sind aber ihre Zeichen verschieden, so wird das Product negativ oder erhält das Zeichen (−).

Denn in der Multiplication soll der eine Factor so oft genommen werden, als der andere anzeiget. Wenn demnach eine bejahende Größe mit einer andern bejahenden multiplicirt wird, so soll die erstere wirklich so oft genommen werden, als die andere anzeigt, also muß das Product positiv werden.

Des-

Desgleichen soll eine verneinende Größe mit bejahenden Größen multipliciret werden, so wird die erstere verneinende wirklich so oft genommen, als die bejahende anzeigt, und bleibt daher auch im Producte unverändert, oder ihr Zeichen wird negativ.

Wird ferner eine bejahende Größe durch eine verneinende multipliciret, so soll die erstere so oft aufgehoben, oder getilgt werden, als die andere anzeiget. Wenn aber eine positive Größe aufgehoben werden soll, so wird sie verneinend, folglich muß auch das Product verneinend werden.

Wird endlich eine verneinende Größe ebenfalls mit einer verneinenden multipliciret, so soll die erstere verneinende so vielmahl aufgehoben werden, als die andere anzeigt; nun kann aber eine verneinende Größe nicht anders aufgehoben werden, als durch das entgegengesetzte positive Zeichen, folglich muß das Product positiv werden.

Man kann also von der Multiplication der Factoren algebraischer Größen überhaupt folgende Regel merken:

1. Haben die Factoren einerley Zeichen, d. i. beyde + oder beyde −, so ist das Product bejahend und bekommt +.

2. Haben aber die Factoren verschiedene Zeichen, d. i. einer + und der andere −, so

wird

wird das Product verneinend, und erhält das Zeichen —.

Z. B. Es ſoll a und b multiplicirt werden, ſo iſt das Product ab oder + ab; wird — a mit — b multipliciret, ſo iſt das Product ebenfalls + ab; wird aber + a mit — b oder — a mit + b multiplicirt, ſo iſt das Product allemahl — ab.

§. 55.

Aufgabe.

Allgemeine Größen durcheinander zu multipliciren.

Auflöſung. 1. Setzet die Factoren unter einander, und ziehet einen Strich unter dieſelben.

2. Multiplicirt alle Glieder des einen Factors durch alle Glieder des andern, indem ihr ihre Buchſtaben dicht aneinander ſetzet.

3. Haben die Factoren, oder ihre Glieder einerley Zeichen, ſo gebt ihren Product +, ſind aber ihre Zeichen verſchieden, ſo erhält das Product —.

4. Befinden ſich Coefficienten bey den Gliedern, ſo multipliciret ſie wie gewöhnliche Zahlen, und ſetzet ihr Product vor dem Gliede.

5. Sind bey Gliedern von einerley Buchſtaben Exponenten vorhanden, ſo addirt ſie zu-

ſam-

ammen, und ſetzet ihre Summe im Producte ber das Glied.

9. Verkürzet endlich das Product, wenn es ngehet.

Da die Buchſtaben in der Algebra keinen ewiſſen Rang unter ſich, wie die Zahlen haben, o können die Glieder nach Belieben auf einander olgen.

Z. B. $\left.\begin{matrix} a-b \\ c-d \end{matrix}\right\}$ Factoren

$ac-cb-ad+db$ Product.

$\left.\begin{matrix} 3a+5b \\ 5a-2c \end{matrix}\right\}$ Factoren

$15a^2+25ab-6ac-10bc$ Product.

$\left.\begin{matrix} a-b+c \\ a-b-c \end{matrix}\right\}$ Factoren.

$a^2-ab+ac-ab+b^2-bc-ac+bc-c^2$;

ieſes abgekürzt gibt $a^2-2ab+b^2-c^2$,

$\left.\begin{matrix} a^3+b \\ a^2-b^2 \end{matrix}\right\}$ Factoren

$a^5+a^2b-a^3b^2-b^3$ Product.

$\left.\begin{matrix} 3a^3+3b-1 \\ 5a^2b+4 \end{matrix}\right\}$ Faktoren

$15a^5b+15a^2b^2-5a^2b+12a^3+12b-4$ Prod.

Fünftes Hauptstück.

Von der Division algebraischer Größe

§. 56.

Wenn der Dividendus und der Divisor bey d algebraischen Division gleiche Zeichen haben, wird der Quotient positiv; sind aber ihre Z chen verschieden, so wird derselbe negativ, w in der Multiplication.

Denn die Division ist die Auflösung des Pr ducts in seine Factoren. Der Dividendus ste das Product, der Divisor den einen, und d Quotient den andern Factor vor. Deßwe muß auch der Quotient eben das Zeichen beko men, so der andere gesuchte Factor in der Mu tiplication gehabt hat. Ist nun erstens der D videndus, oder das Product positiv, so hab beyde Factoren einerley Zeichen gehabt (§ 5 und 55.); also hat der Divisor in diesem Fa +, so bekommt es auch der Quotient, und wi positiv; hat derselbe aber —, so muß der Q

tient

tient gleichfalls − erhalten, folglich negativ werden. Ist ferner zweytens der Dividendus oder das Product negativ, so haben beyde Factoren verschiedene Zeichen gehabt, folglich hat in diesem Falle der Divisor −, so muß der Quotient + bekommen, und positiv werden; hat aber jener +, so muß der Quotient − bekommen, und negativ werden. In beyden Fällen bekommt daher der Quotient allezeit +, wenn der Dividendus und Divisor einerley, und im Gegentheil bekommt er −, wenn sie verschiedene Zeichen haben.

Z. B. ist $\frac{+ab}{+a} = +b$ Quotient.

und $\frac{-ab}{-a} = +b$

und $\frac{ab}{-a} = -b$

und $\frac{-ab}{+a} = -b$

§. 57.

Aufgabe.

Allgemeine Größen zu dividiren.

Auflösung. 1. Setzet den Dividendus und Divisor (nach §. 31.) zusammen, und bestimmt

ſtimmt rechts von dem herabgezogenen Strich d erſten den Platz für den Quotienten.

2. Wenn der Dividendus und Diviſor m einfache Größen ſind, oder aus einem Gliede b ſtehen, ſo ſtreichet im Dividendus den Divi als einen Factor aus, den übrigbleibenden ab ſetzet in die Stelle des Quotienten, und geb ihm das gehörige Zeichen (§. 56.). Befind ſich Coefficienten dabey, ſo dividiret ſie ebenfa durch einander, und ſetzet den Quotienten derſ ben zu den Quotienten der Buchſtaben.

3. Wenn der Diviſor eine einfache Grö iſt, der Dividendus aber aus mehreren Glied beſtehet, ſo dividiret nach vorhergehender A das erſte Glied des letztern durch den erſtern, u ſuchet den Quotienten dazu.

4. Beſtehen endlich beyde aus mehreren Gl dern, ſo dividiret das erſte Glied des Divid dus durch das erſte Glied des Diviſors auf vo ge Art.

5. Multipliciret den gefundenen Quotient mit dem ganzen Diviſor, und ſetzet das Prod davon unter den Dividendus.

6. Subtrahiret ſolches davon; damit a dieſe Subtraction deſto bequemer geſchehen ka ſo verkehrt ſogleich die Zeichen des gefunde Products (§. 53.).

7. Di

7. Dividiret auf dieſe Art noch ferner den Ueberreſt, um die übrigen Theile des Quotienten zu bekommen, wobey ihr den Diviſor in demjenigen Gliede des Dividendus ſuchet, in welchem ihr ihn findet.

8. Kommen endlich zum Ueberreſt Größen vor, die nicht weiter dividiret werden können, ſo verbindet ſie nur mit dem Diviſor durch das Diviſionszeichen (§. 50.).

Beyſpiele.

I.

Es ſeye abcd durch bc zu dividiren, ſo iſt ad der Quotient; ferner 6ab durch 3a, giebt 2b; und 4abc durch — a, giebt — 4bc zum Quotienten.

II.

Diviſor.	Dividend.	Quotient.
a	ab + ac — ad	b + c — d
Product	— ab	
	+ ac — ad Reſt.	
Product.	— ac	
	— ad Reſt.	
Product.	+ ad	
	—	

III.

$$\begin{array}{l|l|l} 2c & 4ac-6bc+4cc & 2a-3b+2c \\ \hline -4ac & & \\ \hline & -6bc+4cc & \\ & +6bc & \\ \hline & +4cc & \\ & -4cc & \\ \hline & - & \end{array}$$

IV.

$$\begin{array}{l|l|l} a-b+c & aa-bb+2bc-cc & a+b-c \\ \hline & -aa+ab-ac & \\ \hline & -bb+2bc-cc+ab-ac & \\ & -ab+bb-bc & \\ \hline & +bc-cc-ac & \\ & +ac-bc+cc & \\ \hline & - \quad - \quad - & \end{array}$$

V.

$$\begin{array}{l|l|l} 4a-5c & 8aa-6ac-5cc+3bc & 2a+c+\frac{3bc}{4a-5c} \\ \hline & -8aa+10ac & \\ \hline & +4ac-5cc+3bc & \\ & -4ac+5cc & \\ \hline & +3bc & \end{array}$$

§. 58.

1. Ist ein Glied des Dividendus mit dem Divisor ganz gleich, so wird im Quotienten mit dem gehörigen Zeichen gesetzt.

2. Hat

2. Hat der Dividendus einen Coefficienten, der Divisor aber keinen; oder vielmehr ist der Coefficient des letztern 1, so wird der erstere auch der Coefficient des Quotienten.

3. Hat hingegen der Divisor einen Coefficienten, der Dividendus aber keinen; so wird die Division mit demselben nur in Gestalt eines Bruches angezeigt.

Beyspiele.

I.

$$\begin{array}{l|l|l} -ac & abc+bd-ac & -b+1+\frac{bd}{-ac} \\ \hline & -abc & \\ \hline & +bd-ac & \\ & +ac & \\ \hline & +bd & \end{array}$$

II.

$$\begin{array}{l|l|l} a+1 & aa-5ab+2a-5b+1 & a-5b+1 \\ \hline & -aa-a & \\ \hline & -5ab+a-5b+1 & \\ & +5ab+5b & \\ \hline & +a+1 & \\ & -a-1 & \\ \hline & -- & \end{array}$$

III.

$$3c \mid abc \mid \frac{ab}{3}$$

und $5a \mid aac - ab \mid \frac{ac}{5} - \frac{b}{5} = \frac{ac-b}{5}$.

§. 59.

Da in der Multiplication die Exponenten der Factoren im Producte zusammen addiret werden (§. 55.); so werden gegentheilig in der Division die Exponenten des Divisors von den Exponenten des Dividendus abgezogen, daraus folgt:

1. Wenn bey einerley Buchstaben die Exponenten gleich sind, so ist 1 davon der Quotient; so ist $\frac{a^3}{a^3} = 1$.

2. Ist der Exponent des Dividendus grösser, als der Exponent des Divisors, so wird der letztere von dem erstern abgezogen, und der Ueberrest wird der Exponent des Quotienten; ist $\frac{a^5}{a^3} = a^2$; oder $\frac{aaaaa}{aaa} = aa$, und

$$\frac{a^5 + a^4b}{a^3} = a^2 + ab.$$

3. Ist

3. Iſt endlich der Exponent des Diviſors
öſſer als der des Dividendus, ſo, daß die Di-
ion nicht vollſtändig, ſondern nur zum Theil
ſchehen kann, und das übrige gewöhnlich an-
deutet werden muß, ſo ziehet die Exponenten
n einander ab, und den Ueberreſt nehmet zum
ponenten des neuen Diviſors.

So iſt z. B. $\frac{a^3b}{a^5} = \frac{aaab}{aaaaa} = \frac{b}{aa} = \frac{b}{a^2}$;

und $\frac{ac^2d^3}{bc^3d^5} = \frac{a}{bcd^2}$;

ferner $\frac{a^3}{a^5} = \frac{1}{a^2}$; und $\frac{a^5c^2}{a^7c^4d^3} = \frac{1}{a^2c^2d^3}$;

lich $a^3 - b^2 \mid a^3 - b^2 + a^5 - a^2b^2 \mid 1 + a^3$

$-a^3 + b^2$

$+a^5 - a^2b^2$

$-a^5 + a^2b^2$

— —

Drit-

Dritter Abſchnitt.

Von den Brüchen.

Erſtes Hauptſtück.

Von den Brüchen überhaupt.

§. 60.

Wenn man eine Einheit, oder ein Ganzes, als in eine gewiſſe Anzahl gleiche Theile getheilt betrachtet, ſo werden ſie Brüche genennt. Sind von den Theilen, in die ein Ganzes eingetheilt zu ſeyn angenommen wird, weniger vorhanden, als das Ganze begreift, z. B. wenn das Ganze in 12 Theile getheilet wäre, und nur 8 davon vorhanden wären, ſo heißt dieſes ein eigentlicher Bruch. Sind dieſer Theile ſo viel da, als das Ganze getheilt iſt, oder noch mehrere,

ſo

so stellen sie einen uneigentlichen Bruch vor.

§. 61.

Die Zahl, welche anzeigt, in wie viele Theile ein Ganzes eingetheilt ist, wird der Nenner, diejenige aber, welche zu erkennen gibt, wie viele solche Theile vorhanden sind, der Zähler des Bruches genennt. Ist der Zähler eines Bruches demnach kleiner als der Nenner, so ist es ein eigentlicher Bruch (§. 60.), wenn er aber dem Nenner gleich, oder noch größer ist, so ist es ein uneigentlicher Bruch, und enthält im ersten Falle ein Ganzes, und im andern noch mehr als dasselbe.

Die vorkommenden Brüche werden dergestalt ausgedruckt, daß der Zähler oben geschrieben, mit einem Strich unterzogen, und unter diesem der Nenner angesetzt wird.

Z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{16}{12}$, $\frac{ab}{c}$, $\frac{adc}{ab}$ u. s. w.

§. 62.

Da in einem uneigentlichen Bruche das Ganze Ein oder mehrmahl enthalten ist, so werden dieselben daraus gefunden, oder der Bruch wird auf-

aufgelöſet, wenn der Zähler durch den Nenn dividiret wird. Der Quotient zeiget die Gan an, die in dem Bruche enthalten waren; u wenn in der Diviſion etwas übrig bleibt, ſo dieſes der Zähler eines eigentlichen Bruches, u der Nenner bleibt der vorige des Bruches.

So iſt Z. B. $\frac{32}{7} = 4\frac{4}{7}$ und $\frac{63}{7} = 9$.

§. 63.

Da es öfters nöthig iſt, Ganze als ein Bruch vorzuſtellen, ſo darf man ſie nur mit de gegebenen Nenner multipliciren, um den Zähl des Bruches zu erhalten. Befindet ſich aber be den Ganzen auch noch ein Bruch, auf deſſ Nenner man die Ganzen bringen will, ſo mu deſſen Zähler zu dem vorigen Product addir werden. Z. B. Es ſeye $8\frac{3}{4}$ auf einen Bruch z ſetzen, ſo ſaget: $8 \times 4 = 32$

und $32 + 3 = 35$;

folglich iſt $\frac{35}{4}$ der verlangte Bruch von $8\frac{3}{4}$.

Oder $a + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$;

oder $4a + \frac{bx}{2a} = \frac{8aa+bx}{2a}$.

Je

§. 64.

Jeder Bruch ist allemahl der Quotient des Zählers durch den Nenner, und folglich eine Division. Denn in der Division enthält der Dividendus so oft den Divisor, als der Quotient die Einheit (§ 28.); nun enthält auch der Zähler so oft den Nenner, oder doch so viel von demselben, als der Bruch von dem Ganzen (§. 61.); folglich kann in jedem Bruche der Zähler als der Dividendus, der Nenner als der Divisor, und der Bruch selbst als der Quotient angesehen werden; was demnach überhaupt von der Division gilt, muß auch bey den Brüchen gelten.

Alles das Vorige fällt bey einem uneigentlichen Bruch sonderlich in die Augen, z. B. $\frac{30}{5} = 6$, wobey man siehet, daß offenbar der Zähler 30 der Dividendus, der Nenner 5 der Divisor, und der Bruch selbst oder dessen Werth 6 der Quotient ist; es ist aber indessen auch bey eigentlichen Brüchen nicht minder eben so; indem zur Division geradezu nicht erforderlich ist, daß der Dividendus allezeit größer, als der Divisor sey, und folglich denselben etwelchemahl enthalte; sondern es ist genug, wenn er nur einige kleinere Theile von ihm in sich begreift, und dieses zeigt allezeit den Quotienten an.

§ 65.

§. 65.

Brüche sind **ähnlich** oder von **einerley Benennung**, wenn sie gleiche Nenner haben; aber **unähnlich** oder von **ungleicher Benennung**, wenn ihre Nenner verschieden sind.

Z. B. $\frac{3}{16}$ und $\frac{8}{16}$; $\frac{ac}{bd}$ und $\frac{cf}{bd}$ sind ähnliche, und $\frac{6}{15}$ und $\frac{3}{12}$; ferner $\frac{am}{cd}$ und $\frac{ef}{bc}$ sind unähnliche Brüche.

§. 66.

Da in einem jeden Bruche etliche Theile von einem Ganzen angezeigt werden, so muß bey Beurtheilung der Größe, oder des Werthes desselben sowohl auf die Menge der vorhandenen Theile, folglich auf die Größe des Zählers, als auch auf die Größe der Theile, in welche das Ganze getheilt ist, d. i. auf den Nenner gesehen werden. Folglich kann ein Bruch auf zweyerley Art vergrößert oder vermehret werden; und zwar **Einmahl**: wenn die Menge der Theile vermehret wird, und solche doch für sich betrachtet, einerley Größe behalten; folglich wenn der Zähler vermehret wird, und der Nenner unverändert bleibt; z. B. $\frac{4}{16} < \frac{8}{16}$. Das **anderemahl**: wenn

venn zwar die Anzahl der Theile einerley bleibt, ieſe Theile an ſich aber größer gemacht werden, ls ſie zuvor geweſen ſind, d. i. wenn das Ganze t wenigere Theile getheilet worden; folglich, enn der Zähler unverändert gelaſſen, der Nen- ier aber vermindert wird, wie z. B. $\frac{4}{12} < \frac{4}{6}$ oder $\frac{a}{cb} < \frac{a}{c}$.

§. 67.

Auf eben die Art kann ein Bruch auf zweyerley Art vermindert, oder kleiner gemacht werden, und zwar Einmahl: wenn wenigere Theile genommen werden als vorher, und ſolche doch in gleicher Größe bleiben, folglich wenn der Zähler vermindert, und der Nenner unverändert gelaſſen wird, z. B. $\frac{18}{60} > \frac{6}{60}$. Das andere- mahl aber: wenn zwar die Anzahl Theile bleibt, dieſelben aber an ſich kleiner angenommen werden, d. i. wenn das Ganze in mehrere Theile getheilt wird; denn jemehr Theile man aus dem Ganzen machet, deſto kleiner fallen ſie aus. Dieſes geſchiehet demnach, wenn der Zähler ungeändert gelaſſen, der Nenner aber vermehret, z. B. $\frac{2}{36} > \frac{2}{32}$ oder $\frac{a}{c} > \frac{a}{cd}$.

Wenn

§. 68.

Wenn Zähler und Nenner eines Bruches durch eine dritte Größe multiplicirt werden, so geben die Producte einen Bruch, der dem vorigen an Werthe gleich ist. Denn durch die Multiplication des Zählers wird der Bruch um eben so viel vermehrt, als er durch die Multiplication des Nenners vermindert wird (§. 66. und 67.); folglich bleibt er unverändert in seinem Werth. So ist z. B. $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$;

oder $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{ac}{bc}$.

§. 69.

Wenn Zähler und Nenner eines Bruchs durch eine dritte Größe dividirt werden, so machen die Quotienten davon einen Bruch, der dem vorigen gleich ist. Denn durch die Division des Zählers wird der Bruch um eben so viel vermindert (§. 67.), als er durch die Division des Nenners vermehret wird (§. 66.); folglich bleibt er in seinem Werthe gleich.

So ist z. B. $\frac{8}{12} = \frac{8 : 4}{12 : 4} = \frac{2}{3}$;

oder

der $\frac{10}{20} = \frac{5:5}{10:5} = \frac{1}{2}$;

der $\frac{ab}{ac} = \frac{ab:a}{ac:a} = \frac{b}{c}$.

§. 70.

Aufgabe.

Brüche auf einerley Benennung zu bringen, d. i. in andere zu verwandeln, die den gegebenen gleich sind, und einerley Nenner haben.

Auflösung. 1. Sind nur zwey Brüche, so multipliciret sowohl den Zähler als Nenner eines jeden, durch den Nenner des andern; so geben die ersten Producte die Zähler, und die zweyen die Nenner zu den neuen Brüchen.

Z. B. Es sey $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ auf einerley Nenner zu bringen, so setzet: $\frac{2\times4}{3\times4} = \frac{8}{12}$ und $\frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$, folglich sind die gegebenen Brüche in zwey andere, nähmlich in $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12} = \frac{17}{12}$ gebracht, die gleichen Werth haben.

2. Sind aber mehrere Brüche auf einerley Benennung zu bringen, so multipliciret sowohl den Zähler als auch den Nenner eines jeden Bru-

ches

ches durch das Product der Nenner aller übrigen; so geben wieder die ersten Producte die Zähler, und die zweyten die Nenner zu den neuen Brüchen.

Z. B. Es sey $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ auf einerley Nenner zu bringen, so setzet: $\frac{2\times4\times6}{3\times4\times6} = \frac{48}{72}$; für den Nenner $\frac{3\times3\times6}{4\times3\times6} = \frac{54}{72}$; und $\frac{5\times3\times4}{6\times3\times4} = \frac{60}{72}$, wo also die drey Brüche $\frac{48}{72}$, $\frac{54}{72}$, $\frac{60}{72}$ einerley Nenner haben, und mit den gegebenen von gleichen Werth sind.

Eben so ist $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ auf einerley Benennung gebracht, wenn man setzet: $\frac{ad}{bd}$ und $\frac{bc}{bd}$; oder auch $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$, wenn man setzet $\frac{adf}{bdf}$, $\frac{bcf}{bdf}$, $\frac{bde}{bdf}$.

§. 71.

Aufgabe.

Wie ein Bruch aufzuheben, abzukürzen, oder wie demselben, ohne seinen Werth zu ändern,

tn, ein kleinerer Zähler und Nenner gegeben rden kann?

Auflösung. Dividiret sowohl den Zähler den Nenner durch eine dritte Größe, die aber beyden keinen Ueberrest übrig läßt; so ma n die Quotienten einen neuen Bruch, der dem ebenen gleich ist (§. 69.).

Wäre z. B. der Bruch $\frac{2000}{3000}$ abzukürzen, kann es durch die Zahlen 100, 5, oder 2 ge hen, und dann ist

$\frac{2000}{3000} : 100 = \frac{20}{30} : 5 = \frac{4}{6} : 2 = \frac{2}{3}$; nicht min , wenn $\frac{55}{365}$ abzukürzen wäre; so siehet man ht, daß $\frac{55}{365} : 5 = \frac{11}{73}$ auf den kleinsten Aus k gebracht ist.

Eben so ist $\frac{aabx}{abc} = \frac{ax}{c}$; und

$\frac{+6ab-4ac}{2ac+2ad} = \frac{a+3b-2c}{c+d}$.

§. 72.

Um die Abkürzung der Brüche in Zahlen zu ichtern, kann man sich folgender Mittel be

§. 73.

Um einen Bruch auf den kleinſtmöglichſten
usdruck zu bringen, muß ſowohl der Zähler als
enner durch den größten gemeinſchaftlichen Fac-
r oder Diviſor, der das größte gemeine
=laß derſelben genennt wird, dividirt werden.
Zeil aber derſelbe öfters nicht ſogleich in die
ugen fällt, ſo kann man ihn auf folgende Art
iden:

1. Dividiret die größere durch die kleinere
ahl des Bruches; verbleibt nichts übrig, ſo iſt
e kleinere der größte Diviſor. Z. B. $\frac{8}{64}$; ſo iſt
: 8 = 8 dem größten Diviſor, daher iſt
: 8 = $\frac{1}{8}$ der kleinſte Ausdruck des Bruches.

2. Verbleibt aber in der Diviſion etwas
rig, ſo nehmet dieſen Ueberreſt zum neuen
iviſor an, und dividiret vom neuen; fahret
f dieſe Art fort zu dividiren, bis nichts übrig
=ibt, ſo iſt der letzte Diviſor der geſuchte größ-
Factor, durch welchen ſich der Bruch auf den
inſten Ausdruck bringen läßt; bleibt aber nur
übrig, ſo läßt ſich der Bruch nicht weiter ab-
zen.

Z. B. Es ſey der Bruch $\frac{143}{637}$ abzukürzen, ſo iſt das Verfahren folgendes:

$$\begin{array}{r|l|l} 143 & 637 & 4 \\ & 572 & \\ \hline & 65 & 143 \\ & & 130 \\ \hline & & 13 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 637 & 4 \\ & \\ \hline 143 & 2 \\ & \\ \hline 65 & 5 \\ 65 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

folglich iſt 13 der größte gemeine Factor, oder das größte gemeine Maß, und $\frac{143}{637} : 13 = \frac{11}{49}$ der kleinſtmöglichſte Ausdruck des Bruches.

Zwey-

Zweytes Hauptstück.

Von den vier Rechnungsarten mit Brüchen.

§. 74.

Aufgabe.

rüche zusammen zu addiren.

Auflösung. 1. Sind die Brüche von eiey Nenner, so addiret bloß ihre Zähler zunen, und setzet den Nenner darunter, z. B. $+\frac{6}{10}=\frac{9}{10}$; oder $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}+\frac{d}{b}=\frac{a+c+d}{b}$.

2. Haben aber die zu addirenden Brüche hiedene Nenner, so bringet sie zuvor auf ley Benennung (§. 70.), und addiret alsihre Zähler. Z. B. Es sind $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{7}$ zu :en; so ist $\frac{3\times7}{4\times7}=\frac{21}{28}$ und $\frac{5\times4}{4\times7}=\frac{20}{28}$

nach

nach §. 70., und endlich $\frac{21}{28} + \frac{20}{28} = \frac{41}{28}$;

wenn $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ zu addiren; so ist $\frac{ad+bc}{bd}$

Summe.

3. Entstehet in der Summe ein uneigentl
Bruch, so dividiret den Zähler durch den N
ner, so wird der Quotient die Ganzen,
wenn noch etwas übrig bleibt, der Rest der
ler des noch dabey befindlichen Bruches se

Z. B. $\frac{41}{28} = 1\frac{13}{28}$.

4. Sind Ganze bey den zu addirenden B
chen, so addiret vorher die Brüche, wie o
und dann erst die Ganzen zusammen.

Z. B. Es seyen $4\frac{5}{6}$, $3\frac{1}{4}$, und $7\frac{3}{5}$
addiren, so setzet erstlich

$\frac{5}{6} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{100}{120} + \frac{30}{120} + \frac{72}{120} = \frac{202}{120} = 1$
und dann $4 + 3 + 7 + 1 = 15$; endlich

$$15\frac{82}{120} = 4\frac{5}{6} + 3\frac{1}{4} + 7\frac{3}{5}.$$

Ferner seyen in Buchstaben

$am\frac{a}{b} + cx\frac{f}{y} + d\frac{e}{h}$ zu addiren; so setzet

$\frac{a}{b}+\frac{f}{y}+\frac{e}{h}=\frac{ayh}{byh}+\frac{fbh}{byh}+\frac{eby}{byh}$ dann iſt

$+cx+d+\frac{ayh+fbh+eby}{byh}$.

§. 75.

Aufgabe.

Brüche von einander zu ſubtrahiren.

Auflöſung. 1. Sind die Brüche von einerley Benennung, ſo ziehet bloß ihre Zähler von einander ab, und laſſet den Nenner unverändert, z. B. $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$ Reſt; oder $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$.

2. Haben die Brüche aber verſchiedene Nenner, ſo bringet ſie zuvor auf gleiche Benennung (nach §. 70.), und ſubtrahiret alsdann ihre Zähler von einander. Z. B. Es ſeye $\frac{3}{4}$ von $\frac{5}{6}$ abzuziehen; ſo ſetzet: $\frac{3\times6}{4\times6}=\frac{18}{24}$; und $\frac{5\times4}{4\times6}=\frac{20}{24}$, daher $\frac{20-18}{24}=\frac{2}{24}$ Reſt.

Und $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$.

2. Soll ein Bruch von Ganzen abgezogen wer-

werden, so nehmet von den Ganzen Eine Ei
heit, und setzet sie auf einen gleichnahmigen Bru
ziehet den gegebenen Bruch davon ab, und se
die um 1 verminderten Ganzen und den Ueber
von den abgezogenen Brüchen nach einander.

Es sey z. B. von 8 Ganzen $\frac{3}{5}$ abzuzieh

so setzet: $7+\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=7+\frac{2}{5}$.

4. Sind bey beyden abzuziehenden Brüch
auch Ganze damit verbunden, so nehmet ebenfal
davon Eine Einheit, und setzet sie auf den be
habenden Bruch; bringet hierauf die Brüche a
einerley Nenner, und ziehet sowohl die Ganz
als Brüche von einander ab.

Z. B. Es seye von $8\frac{4}{5}$ abzuziehen $3\frac{2}{7}$;

setzet erstlich: $7\frac{9}{5}-2\frac{9}{7}$; diese Brüche auf e
nerley Nenner gebracht: $\frac{63}{35}-\frac{45}{35}=\frac{18}{35}$; und die
Ganzen von einander abgezogen: $7-2=5$; s
ist der Ueberrest $5\frac{18}{35}$.

§. 76.

§. 76.

Aufgabe.

Einen Bruch durch eine andere Größe zu multipliciren.

Auflösung. Multipliciret den Zähler des Bruches durch die gegebene Größe, und lasset den Nenner, wie er ist (§. 66.).

Z. B. $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$;

oder $\frac{a}{b} \times c = \frac{ac}{b}$.

§. 77.

Da es einerley ist, welchen Factor der Multiplication man für den Multiplicator oder Multiplicandus ansehen will, so ist es auch einerley, ob man einen Bruch durch eine ganze Größe, oder diese durch jenen multipliciret.

§. 78.

Sind bey dem mit einer ganzen Größe zu multiplicirenden Bruch auch Ganze damit verbunden, so setzet sie auf den nehmlichen Bruch, und verrichtet die Rechnung (wie §. 76.). Z. B. Es sollen $5\frac{3}{4}$ mit 3 multipliciret werden, so setzet:

$\frac{23}{4} \times 3 = \frac{69}{4} = 17\frac{1}{4}$.

So

werden, so nehmet von den Ganzen Eine E
heit, und setzet sie auf einen gleichnahmigen Bru
ziehet den gegebenen Bruch davon ab, und se
die um 1 verminderten Ganzen und den Ueber
von den abgezogenen Brüchen nach einander.

Es sey z. B. von 8 Ganzen $\frac{3}{5}$ abzuzieh

so setzet: $7+\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=7+\frac{2}{5}$.

4. Sind bey beyden abzuziehenden Brü
auch Ganze damit verbunden, so nehmet eben
davon Eine Einheit, und setzet sie auf den
habenden Bruch; bringet hierauf die Brüche
einerley Nenner, und ziehet sowohl die Ga
als Brüche von einander ab.

Z. B. Es seye von $8\frac{4}{5}$ abzuziehen $3\frac{2}{7}$

setzet erstlich: $7\frac{9}{5}-2\frac{9}{7}$; diese Brüche auf
nerley Nenner gebracht: $\frac{63}{35}-\frac{45}{35}=\frac{18}{35}$; und
Ganzen von einander abgezogen: $7-2=5$;
ist der Ueberrest $5\frac{18}{35}$.

§. 76.

Aufgabe.

Einen Bruch durch eine andere Größe zu ltipliciren.

Auflösung. Multipliciret den Zähler des uches durch die gegebene Größe, und lasset Nenner, wie er ist (§. 66.).

Z. B. $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$;

r $\frac{a}{b} \times c = \frac{ac}{b}$.

§. 77.

Da es einerley ist, welchen Factor der Mul- lication man für den Multiplicator oder Mul- licandus ansehen will, so ist es auch einerley, man einen Bruch durch eine ganze Größe, r diese durch jenen multipliciret.

§. 78.

Sind bey dem mit einer ganzen Größe zu ltiplicirenden Bruch auch Ganze damit verbun- , so setzet sie auf den nehmlichen Bruch, und richtet die Rechnung (wie §. 76.). Z B. Es len $5\frac{3}{4}$ mit 3 multipliciret werden, so setzet:

$\times 3 = \frac{69}{4} = 17\frac{1}{4}$.

So

§. 79

So wie das Product von ganzen Factor allezeit größer wird, als die Factoren selbst; wird es hingegen allemahl kleiner als der ande Factor, wenn der eine ein eigentlicher Bruch i weil das Product denselben so oft in sich enthä als der Multiplicator die Einheit. Ist nun d selbe ein Bruch, so ist er wirklich kleiner als Einheit, daher muß nothwendig auch das P duct kleiner ausfallen, als der andere Fact daher ist $6 \times \frac{2}{5} = 2\frac{2}{5} < 6$.

§. 80.

Aufgabe.

Wie ein Bruch mit einer andern Größe dividiren?

Auflösung. Multipliciret den Nenner d Bruches mit der gegebenen Größe, und laß den Zähler unverändert.

Denn den Bruch dividiren heißt nichts a deres, als denselben so oft, oder so vielmahl kle ner machen, als die gegebene Größe, oder d Divisor anzeigt, oder Einheiten in sich hat (§. 67).

Z. B.

Z. B. Es ſey $\frac{7}{9}$ durch 3 zu dividiren, ſo iſt $\frac{7}{9} : 3 = \frac{7}{27}$; und $\frac{ab}{c} : (a-b) = \frac{ab}{ac-cb}$.

§. 81.

Aufgabe.

Eine gegebene Größe mit einem Bruch zu dividiren.

Auflöſung. Multipliciret die gegebene Größe durch den Nenner des Bruches, und dieſes Product dividiret durch den Zähler desſelben; ſo iſt der geſuchte Quotient gefunden. Denn Dividiren iſt nichts anderes, als ſuchen, wie oft der Diviſor im Dividendus enthalten iſt (§. 28). Iſt daher der Diviſor nur Eine Einheit, ſo iſt er auch nur Einmahl in dem Dividendus enthalten; iſt aber derſelbe kleiner als Eine Einheit, oder ein Bruch, ſo muß er auch um ſo öfter in dem Dividendus enthalten ſeyn, als er wenigere Theile vom Ganzen in ſich enthält.

Z. B. Es wäre 8 durch $\frac{1}{2}$ zu dividiren, ſo iſt $8 : \frac{1}{2} = \frac{16}{1} = 16$, d. i. $\frac{1}{2}$ iſt 16 mahl in 8 enthalten.

Sind

dem Diviſor auch Ganze vorhan-
ſie zuvor auf den Bruch, und ver-
ren.

§. 82.

Aufgabe.

Brüche durcheinander zu multipliciren.

Auflöſung Multipliciret ſowohl die Zäh-
er als auch die Nenner der beyden Factoren
durcheinander, ſo geben ihre Producte einen neuen
Bruch, der das geſuchte Product iſt. Denn
wenn z. B. $\frac{a}{b}$ mit $\frac{c}{d}$ zu multipliciren wäre, ſo
muß man, um eine Größe mit einem Bruch zu
multipliciren, ſolche erſt durch den Zähler des
Multiplicators multipliciren, und hierauf durch
den Nenner desſelben dividiren. Das erſte giebt
man $\frac{ac}{b}$, und das andere $\frac{ac}{bd}$.

Z. B. in Zahlen wären $\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{5}$ zu mul-
tipliciren, ſo iſt $\frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

§. 83.

§. 83.

Sind auch Ganze bey den zu multipliciren-den Brüchen, so kann die Rechnung vorgenommen werden, wenn man die Ganzen auf Brüche setzet.

Z. B. Es sey $7\frac{1}{2}$ mit $4\frac{3}{4}$ zu multipliciren, so setzet erstlich:

$7\frac{1}{2} \times 4\frac{3}{4} = \frac{15}{2} \times \frac{19}{4} = \frac{285}{8} = 35\frac{5}{8}$; oder es seye $a + \frac{b}{c}$ durch $d + \frac{f}{x}$ zu multipliciren, so ist:

$$\frac{ac+b}{c} \times \frac{dx+f}{x} = \frac{acdx+bdx+acf+bf}{cx}.$$

§. 84.

Brüche durcheinander zu dividiren.

Auflösung. Multipliciret zuerst den Zähler des Dividendus durch den Nenner des Divisors, und hierauf den Nenner des erstern durch den Zähler des andern, so gibt das erste Product den Zähler, und das andere den Nenner eines neuen Bruches, welcher der gesuchte Quotient ist.

Z. B.

bloß darauf an, den Zähler des Dividendus durch den Zähler des Divisors zu dividiren; weil in einem solchen Falle die Größe der Brüche bloß von ihren Zählern abhängt.

Z. B. $\frac{8}{12} : \frac{3}{12} = 2\frac{2}{12}$.

§. 88.

Aufgabe.

Einen Bruch in einen andern von gleichem Werthe zu verwandeln, wozu der Nenner gegeben ist.

Auflösung. Multipliciret den gegebenen Bruch mit dem gegebenen Nenner, so ist das Product der gesuchte Zähler, d. i. multiplicirt den Zähler durch den gegebenen neuen Nenner, und dieses Product dividiret mit dem ersten Nenner.

Denn wenn der gegebene Bruch $\frac{a}{b}$ und der neue Nenner $= c$, der unbekannte Zähler $= x$ wäre, so ist $\frac{a}{b} : \frac{x}{c}$, und wenn man a mit c multiplicirt, so ist $\frac{ac}{b} = x$ dem neuen Zähler.

Z. B. Es soll der Bruch $\frac{2}{3}$ in einen andern

ern verwandelt werden, deſſen Nenner 6 ſeyn
oll; ſo ſetzet: $6 \times 2 = 12$, und $\frac{12}{3} = 4$ dem
euen Zähler, und folglich iſt $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

Es kommt hierbey zu merken: daß der
eue Nenner 6, und der gegebene 3 ſich oh-
: Reſt dividiren laſſen müſſen, widrigenfalls
er neue Zähler mit einem Bruche behaftet
ürde.

§. 89.

Aufgabe.

Einen Bruch in einen andern von gleichem
Werthe zu verwandeln, wozu der Zähler gege-
en iſt.

Auflöſung. Multipliciret den Nenner des
egebenen Bruches mit dem neuen Zähler, und
vidiret das Product durch den Zähler des ge-
ebenen Bruches, ſo iſt der Quotient davon der
erlangte neue Nenner.

Hierbey iſt nicht minder zu merken: daß
e zwey Zähler ſo beſchaffen ſeyn müſſen,
aß ſie ſich mit einander ohne Reſt dividiren
ſſen, wenn kein Bruch in dem neuen Nen-
r entſtehen ſoll.

Z. B. Es ſoll der Bruch $\frac{3}{5}$ in einen a
dern verwandelt werden, deſſen Zähler 12 ge
ben wäre; ſo ſetzet: $\frac{12 \times 5}{3} = \frac{60}{3} = 20$ d
neuen Nenner; folglich iſt $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$.

Oder wenn $\frac{a}{b}$ in einen andern Bruch v
wandelt werden ſoll, deſſen Zähler c gegeben w
re; ſo iſt $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$; folglich $\frac{bc}{a} = x$.

Vier-

Vierter Abſchnitt.

Von den Potenzen.

Erſtes Hauptſtück.

Von den Potenzen überhaupt.

§. 90.

Wenn man was immer für eine Größe oder Zahl nur für ſich, und nicht als das Product von zwey Factoren, anſiehet; ſo iſt ſie in ihrer erſten Potenz; wird aber eine Größe oder Zahl mit ſich ſelbſt multipliciret, ſo entſtehet im Producte die zweyte Potenz, oder das Quadrat; wird dieſes Quadrat wieder durch die Zahl der erſten Potenz multipliciret, ſo entſtehet die dritte Potenz oder der Cubus; und wenn dieſer Cubus noch einmahl mit der erſten Potenz

multipliciret wird, ſo wird das Product davon die vierte Potenz genennt u. ſ. w.

Wir werden der Kürze wegen hier nur von der zweyten Potenz, oder von dem Quadrat handeln; der auch von den übrigen etwas wiſſen will, wird auf andere mathematiſche Werke verwieſen.

§. 91.

Um bey einer Größe anzuzeigen, daß ſie auf die zweyte Potenz erhoben ſeye, ſo wird gleich rechts ober derſelben die Zahl 2 geſetzt, die den Exponent der Potenz genennt wird; oder die Größe, wenn ſie aus einem Buchſtaben beſtehet, wird zweymahl nach einander geſetzet, z. B. a^2 oder aa; ſo iſt die Zahl 64 die zweyte Potenz von 8.

§. 92.

Wenn von einer Größe in Buchſtaben die erſte Potenz aus zwey, oder mehreren Factoren beſtehet, und davon die Erhebung auf die zweyte Potenz durch den Exponenten angezeigt werden ſoll, ſo muß derſelbe auf jeden Factor beſonders geſetzet werden, z. B. wenn man anzeigen ſoll, daß ab auf die zweyte Potenz erhoben werden ſoll, ſo ſetze man nicht ab^2, ſondern a^2b^2.

Eben

Eben ſo, wenn 4×5 auf die zwey-
Potenz erhoben werden, und dieſes durch
Exponenten angedeutet werden ſoll, ſo ſetzet:
$\times 5^2$; denn $4 \times 4 = 16$, und $5 \times 5 = 25$, und
$\times 16 = 400$ der zweyten Potenz von 4×5.

Das nehmliche erfolget, wenn man ſetzet:
$\times 5 = 20$, und $20 \times 20 = 400$; wo man ſiehet,
$4 \times 5 = 20$ die erſte Potenz von 4×5, und
die zweyte von 20×20 iſt.

§. 93.

Soll bey einer zuſammengeſetzten Größe an-
zeigt werden, daß ſie auf die zweyte Potenz
oben werden ſoll, ſo ziehet man oben einen
trich darüber, und ſetzet rechts desſelben den
ponenten 2 darüber. Z. B. Es ſoll angezeigt
rden, daß $a+c$, oder $3+4$ auf die zweyte
otenz erhoben werden müſſe, ſo ſetzet: $\overline{a+c}^2$
er $\overline{3+4}^2$; oder auch $(a+c)^2$, $(3+4)^2$.

§. 94.

Soll eine zuſammengeſetzte Größe, bey wel-
r die Potenz nur durch den Exponenten ange-
gt iſt, wirklich erhoben werden, ſo muß ſie
rch ſich ſelbſt multipliciret werden, und die

dar-

daraus entstehende Producte zusammen ge
die auf die zweyte Potenz erhobene Größe, o
das Quadrat derselben.

Z. B. Es seye $\overline{a+c}^2$ oder $\overline{3+4}^2$ auf
zweyte Potenz zu erheben, so setzet:

$a+c$	$4+3$
$a+c$	$4+3$
$aa+ac$	$16+12$
$+ac+cc$	$+12+9$
$a^2+2ac+c^2$	$16+24+9=49$

§. 95.

Ist die gegebene Größe ein Bruch, so w
sowohl der Zähler als der Nenner auf die v
langte Potenz erhoben. Z. B. $\frac{ab}{c}$, dabey soll
gezeigt werden, daß sie auf die zweyte Potenz
hoben werden soll; so setzet $\frac{a^2b^2}{c^2}$.

§. 96.

Die erste Potenz, oder diejenige Größe,
welcher durch die Multiplication mit sich selbst
größere Potenz entstanden ist, heißt die Wu
zel, oder Stammgröße, und wird nach d
Grade der Potenz entweder die Quadra
oder

der Cubik-Wurzel genennt. So ist z. B. die Wurzel von aa oder a^2, und 2 die Wurzel von 4.

§. 97.

Um anzuzeigen, daß aus einer auf eine Potenz erhobenen Größe die Wurzel, aus deren Multiplication sie entstanden ist, ausgezogen, oder gefunden werden soll, so setzet man derselben das Zeichen $\surd$ vor, und füget noch den Exponenten der Potenz bey. Bey der zweyten Potenz aber wird er auch öfters ganz hinweggelassen; z. B. $\sqrt[2]{a}$, oder $\surd a$, $\sqrt[2]{16}$, oder $\sqrt[1]{5}$, oder $\sqrt[2]{ab}$ zeigt an, daß die Quadrat-Wurzel aus diesen Größen gezogen werden soll.

§. 98.

Soll das Ausziehen der Wurzel aus einer zusammengesetzten Größe angedeutet werden, so setzet man das Wurzelzeichen mit dem gehörigen Exponenten voraus, und ziehet oben über alle zusammen gehörigen Größen einen Strich, so weit sich die Ausziehung über sie erstrecken soll.

Z. B. $\sqrt[2]{a^2 + 2ab + b^2}$; oder $\sqrt[2]{ac + an - df}$.

§. 99.

§. 99.

Wenn die Wurzel einer Potenz nur ei
einfache Größe ist, oder in Zahlen nur aus Ei
heiten von 1 bis 9 bestehet, so heißt sie ei
einnahmige Wurzel; bestehet sie aber au
mehrern Gliedern, oder in Zahlen aus größe
Ziffern als 9, so ist sie mehrnahmig, u
zwar nach der Zahl der Glieder, zwey, drey od
viernahmig u s w.

So ist z. B. a oder 2 oder 8 eine ei
nahmige, a+b oder 25, oder 20+5 ei
zweynahmige, und a+b−y, oder die Za
4·3, oder 40·+20+3 eine dreynahmig
Wurzel, u. s. w.

§. 100.

Wenn aus einer auf eine Potenz erhobe
Größe oder Zahl die ihr nach ihren Exponente
gehörige Wurzel genau ausgezogen werden kan
so ist sie eine vollkommene Potenz, od
rational und die Wurzel ebenfalls. Ist ab
das Gegentheil, so ist die Potenz unvollkom
men, und die Wurzel unausdrücklich
oder irrational; wie öfters sich ereignet.

So ist z. B. 8 eine vollkommene Poten
und ihre Wurzel 2 ist ausdrücklich, weil wir

lich

lich $2 \times 2 = 4$, und $4 \times 2 = 8$ = dem Cubus von 2 ist.

Im Gegentheil ist 6 eine unvollkommene Potenz, und ihre Wurzel kann nicht genau ausgezogen, oder gefunden werden, denn $3 \times 3 = 9$ wäre die Wurzel 3 zu groß, und nähme man zur Wurzel 2, so wäre sie zu klein, weil $2 \times 2 = 4$ ist.

Es läßt sich auch bey einer unvollkommenen Potenz die Wurzel durch Brüche nicht genau ausdrücken, wohl aber kann man sich derselben dadurch mehr nähern.

Zweytes Hauptstück.

Von der Ausziehung der Quadrat-Wurzel.

§. 101.

Das Quadrat einer zweynahmigen Wurzel bestehet allzeit aus den einzelnen Quadraten des ersten, und des andern Theils, und aus den doppelten Producten des ersten in den andern.

Denn

§. 99.

Wenn die Wurzel einer Potenz nur eine einfache Größe ist, oder in Zahlen nur aus Einheiten von 1 bis 9 bestehet, so heißt sie eine einnahmige Wurzel; bestehet sie aber aus mehrern Gliedern, oder in Zahlen aus größern Ziffern als 9, so ist sie mehrnahmig, und zwar nach der Zahl der Glieder, zwey, drey oder viernahmig u. s. w.

So ist z. B. a oder 2 oder 8 eine einnahmige, a+b oder 25, oder 20+5 eine zweynahmige, und a+b−y, oder die Zahl 43, oder 40+20+3 eine dreynahmige Wurzel, u. s. w.

§. 100.

Wenn aus einer auf eine Potenz erhobenen Größe oder Zahl die ihr nach ihren Exponenten gehörige Wurzel genau ausgezogen werden kann; so ist sie eine vollkommene Potenz, oder rational und die Wurzel ebenfalls. Ist aber das Gegentheil, so ist die Potenz unvollkommen, und die Wurzel unausdrücklich, oder irrational; wie öfters sich ereignet.

So ist z. B. 8 eine vollkommene Potenz, und ihre Wurzel 2 ist ausdrücklich, weil wirklich

eines jeden Theils derſelben, aus einem doppelten Producte des erſten Theils in den andern, und aus einem doppelten Producte des erſten und andern Theils in den dritten.

Denn wenn a+b+c oder 5+4+3 die dreynahmige Wurzel iſt; ſo iſt

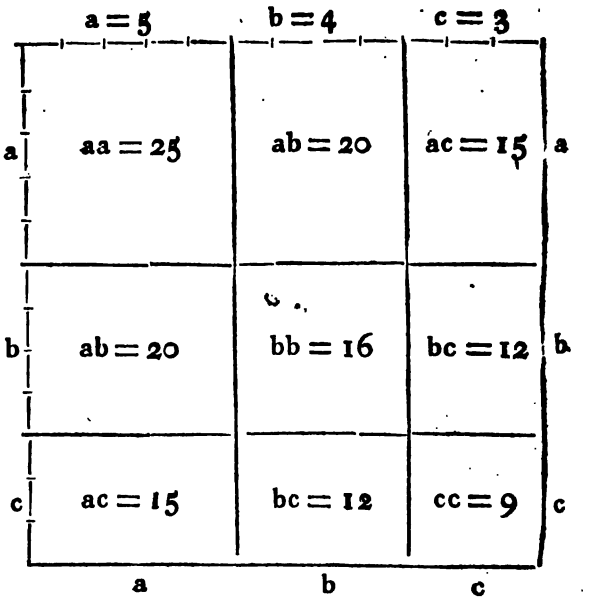
$$\begin{array}{l} a+b+c \\ a+b+c \\ \hline aa+ab+ac \\ \quad +ab+bb+bc \\ \quad\quad +ac+bc+cc \\ \hline aa+bb+cc+2ab+2bc+2ac \end{array}$$

Oder:

$$\begin{array}{l} 5+4+3 \\ 5+4+3 \\ \hline 25+20+15 \\ \quad +20+16+12 \\ \quad\quad +15+12+9 \\ \hline 25+16+9+20+20+12+12+15+15=144; \end{array}$$

welches abermahls aus nebenſtehender Figur erſichtlich wird.

a=5



Man kann überhaupt ſagen, daß das Quadrat einer jeden mehrnahmigen Wurzel beſtehen müſſe: 1. Aus den Quadraten eines jeden Theils der Wurzel insbeſondere; 2. aus den doppelten Producten aller vorhergehenden Theile in alle folgenden.

§. 103.

Wenn man alle vorderen Theile einer mehrnahmigen Wurzel zuſammen genommen nur als Einen, und zwar als den erſten, den letztern aber als einen zweyten Theil anſiehet; ſo kann eine

jede

)e mehrnahmige Wurzel als zweynahmig be-
achtet werden, und alsdann kann die Formel
$+2ab+b^2$ von der zweynahmigen Wurzel $a+b$
s eine allgemeine Formel, die zur Ausziehung
r zweynahmigen Quadratwurzel dienet, auch
den mehrnahmigen gebraucht werden.

Z B. Es sey $a+b+c+d$ die viernahmige
Wurzel; so nehme man $a+b+c$ für den ersten,
ıd d für den zweyten Theil, so ist das Qua-
at: $\overline{a+b+c}^2+2(a+b+c)\times d+d^2$.

§. 104.

Um die Quadratwurzel aus Zahlen zu zie-
n, ist vor allen nothwendig, daß man die Qua-
ate der Zahlen von 1 bis 9 ganz geläufig im
)edächtnisse habe, wie sie hier folgen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81

§. 105.

Vermög der zehntheiligen Einrichtung der
)lichen Ziffer, bestehen die Quadrate der ersten
inheiten, oder der Zahlen von 1 bis 9, aus 1
)er 2 Ziffer; die Quadrate der Zehner aus 3
)er 4 Ziffer; die Quadrate der Hunderte aus 5

oder

oder 6 Ziffer; die Quadrate der Tausende aus 7 oder 8 Ziffer, u. s. w. Ueberhaupt hält jedes Quadrat nicht mehr als doppelt so viele Ziffer, als die Wurzel hat.

So ist z. B. von der Wurzel 1 das □ 1
10 " " 100
100 = " 1000
1000 " " 1000000

und von der Wurzel 9 das □ 81
99 " " 9801
999 " " 998001
9999 " " 99980001

Daher kann man aus einer jeden Quadratzahl erkennen, aus wie viel Ziffern ihre Wurzel bestehen muß; denn wenn die Anzahl der Ziffer gerade ist, so ist die Zifferanzahl der Wurzel die Hälfte derselben; ist aber die Anzahl der Ziffer des Quadrats ungerade, so enthält die Wurzel um Eine Ziffer mehr. Oder man theile die Anzahl der Ziffer eines Quadrats von der Rechten gegen die Linke durch Striche in Classen, deren jede aus zwey Ziffern bestehet; ist aber die Anzahl der Ziffer ungerade, so bleibt für die letzte Classe links nur 1 Ziffer. So viel Classen nun heraus kommen, aus so vielen Ziffern wird die Wurzel bestehen.

§. 106.

§. 106.

Die Quadratwurzel aus einer gegebenen Zahl zu ziehen.

Auflösung. 1. Theilet die gegebene Zahl von der Rechten gegen die Linke in Classen, jede zu zwey Ziffer (§. 105.).

2. Nehmet die zweynahmige allgemeine Formel $a^2+2ab+b^2$ zur Hand, und betrachtet, daß in der ersten Classe links das Quadrat des ersten Theiles a stecket; deßwegen suchet in der (§. 104.) angezeigten Wurzeltafel das Quadrat, so der Ziffer in dieser ersten Classe am nächsten kommt, und ziehet es davon ab; die Wurzel aber dieses nächsten Quadrats setzet, wie bey der Division in die Stelle des Quotienten; so ist dieses der erste Theil a der Wurzel.

3. Setzet zu dem nach der Subtraction gebliebenen Ueberrest die nächstfolgende Classe herab, und betrachtet, daß in demselben noch $2ab+b^2$ enthalten seyn müsse; duppliret demnach den gefundenen ersten Theil der Wurzel, der daher 2a bedeutet, und setzet ihn unter die linke Ziffer der herabgesetzten Classe und dividiret damit die über ihm stehende Zahl, so ist der Quotient davon der zweyte Theil b der Wurzel,

welchen ihr zu den vorigen erſten a im Quotienten zu ſetzen habt.

4. Setzet eben dieſen zweyten Theil dem Diviſor zur Rechten, ſo hat man $2a+b$ von der allgemeinen Formel; multiplicirt dieſe Zahl durch eben dieſen zweyten Theil b, ſo erhält man im Producte $2ab+b^2$ von der allgemeinen Formel, und wenn man dieſes Product von der obigen Zahl, in welcher noch $2ab+b^2$ ſtecket, abziehet, und nichts übrig bleibt, ſo iſt es ein Zeichen, daß die Quadratzahl vollkommen ſeye, und die Wurzel ſich ganz ausziehen laſſe.

5. Hat die Quadratzahl noch mehrere Claſſen, ſo iſt es ein Zeichen, daß die Wurzel aus mehreren, als zwey Ziffern beſtehe. Setzet daher die nächſtfolgende Claſſe abermahl zu den übrig gebliebenen Reſt herunter, ſetzet hierauf die bisher gefundenen Theile der Wurzel zuſammen (nach §. 103.) als einen Theil oder als a der allgemeinen Formel an, und wiederhohlet die vorhergehende Rechnung bey jeder Heruntersetzung einer neuen Claſſe ſo lang, bis keine mehr vorhanden iſt; ſo iſt die Quadratwurzel gefunden.

Erſtes

Erſtes Beyſpiel.

$$
\begin{array}{rl}
a^2+2ab+b^2 = & 6 \mid 25 \left(\begin{smallmatrix} a+b \\ 25 \end{smallmatrix} \right. \\
a^2 = & 4 \\
\hline
2ab+b^2 = & 2,25 \\
2a+b = & 45 \\
+b = & 5 \\
\hline
+2ab+b^2 = & 225 \\
\hline
\end{array}
$$

Zweytes Beyſpiel.

$$
\begin{array}{rl}
a^2+2ab+b^2 = & 12 \mid 53 \mid 16 \left(\begin{smallmatrix} a+b+c \\ 13\,54 \end{smallmatrix} \right. \\
a^2 = & 9 \\
\hline
2ab+b^2 = & 3,53 \\
2a+b = & 65 \\
+b = & 5 \\
\hline
2ab+b^2 = & 325 \\
\hline
2(a+b)c+c^2 = & 28,16 \\
2(a+b)+c = & 704 \\
+c = & 4 \\
\hline
2(a+b)c+c^2 = & 2816 \\
\hline
\end{array}
$$

6. Es ereignet ſich ſehr oft, daß man bey er Ausziehung der Wurzel den Quotienten klei- er annehmen muß, als bey der gewöhnlichen Diviſion zu geſchehen hat. Die Urſache davon t, daß der ganze Ueberreſt nicht allein das Pro-

duct von 2ab, ſondern auch noch b^2 enthält, welche zuſammen genommen davon abgezogen werden müſſen.

§. 107.

Man erkennet an jeder Quadratzahl, ob ſie unvollkommen iſt, und eine unausdrückliche Wurzel hat, 1. wenn ſie eine einfache Zahl iſt, und unter den Quadraten der einfachen Zahlen in der §. 104. vorgeſtellten Tafel nicht enthalten iſt; 2. wenn die Quadratzahl aus mehreren Ziffern beſtehet, und man aus derſelben die Wurzel ausziehet, aber nach der zuletzt herabgeſetzten Claſſe, und geſchehener Subtraction noch ein Reſt übrig bleibt.

Um ſich nun einer ſolchen nicht genau ausdrücklichen Wurzel einer unvollkommenen Quadratzahl mehr zu nähern, kann man auf folgende Art verfahren:

§. 108.

Aufgabe.

Wie die Wurzel aus einer unvollkommenen Quadratzahl durch Annäherung auszuziehen?

Auflöſung. 1. Nachdem man bey der Ausziehung der Wurzel bis auf die letzte Ziffer der claſ-

klasse gekommen, und nach geschehener Subtraction noch ein Rest geblieben ist, so hängt man demselben rechts zwey Nullen an, das ist so viel, als ob die Quadratzahl mit Hundert wäre multipliciret worden.

2. Setzet hierauf die Ausziehung der Wurzel nach obigen Regeln fort, so wird der neue Quotient der Zähler eines Bruches seyn, wovon der Nenner 10 ist.

3. Will man sich der Wurzel noch mehr nähern, so setze man zu dem zuletzt gebliebenen Rest abermahl zwey Nullen bey, das ist so viel, als ob diese Zahl mit 10000 wäre multipliciret worden.

Fahret man nun mit der Rechnung nach obigen Regeln weiter fort, so wird der neue Quotient sammt dem vorigen der Zähler eines Bruches seyn, dessen Nenner 100 ist.

4. Da nun bey einem unvollkommenen Quadrat allemahl noch ein Ueberrest bleiben muß, so viel man auch Nullen beysetzet, so kann diese Annäherung, so weit man sie nöthig findet, oder die Genauigkeit der Rechnung es erfordert, durch Beysetzung der Nullen noch ferner fort gesetzet werden, wodurch man im Quotienten zum Zähler des Bruches immer Eine Ziffer, und im Nenner Eine Nulle mehr erhält, und dieser Bruch zeiget an, wie viel 10, 100, 1000, 10000 u.

s. w. zur gefundenen Wurzel noch abgehen, wen sie noch um Eine Einheit größer seyn könnte.

Beyspiel.

8|54|37 (292 $\frac{296}{1000}$

Quadrat 4

Rest 4,54

Divisor 49

9 zweyter Theil der Wurzel.

Product 441

13,37

582

2

1164

173,00

5842

2

11684

5616,00

58449

9

526041

35559,00

584586

6

3507516

48384 Rest.

§. 109

§. 109.

Auf eine noch kürzere Art kann man sich der Wurzel eines unvollkommenen Quadrats durch einen Bruch nähern, wenn man den gebliebenen Rest, ohne ihm Nullen beyzusetzen, als den Zähler ansiehet; die gefundene unvollkommene Wurzelzahl duppliret, das Product noch um Eins vermehret, und solches darnach für den Nenner des Bruches annimmt. So kann man im vorigen Beyspiel den Rest 173 als den Zähler, die gefundene Wurzel $292 \times 2 = 584$, mehr $1 = 585$, als den Nenner eines Bruches $\frac{173}{585}$ ansehen, durch welchen man der unvollkommenen Wurzel so nahe kommt, als man durch öftermahlige Beysetzung von 2 Nullen nach obiger Art nicht leicht kommen kann.

§. 110.

Wäre aus einem Bruch die Quadratwurzel zu ziehen, so muß sie sowohl aus dem Zähler als Nenner gezogen werden. Die Wurzeln aus denselben werden alsdann einen Bruch geben, der die Wurzel des vorigen ist. So ist z. B. die Quadratwurzel von $\frac{16}{25} = \frac{4}{5}$, weil $\sqrt{16} = 4$, und $\sqrt{25} = 5$ ist.

Wäre

Wäre aber der Zähler oder Nenner des gegebenen Bruches kein vollkommenes Quadrat, so suchet von beyden die Wurzel durch Näherung (§. 108.). Z. B. Es wäre aus $\frac{18}{24}$ die Quadratwurzel zu ziehen, so setzet:

18|00 (42 der Zähler;	24|00 (48 der Nenner.
16	16
200	800
82	88
2	8
164	704
=36	=96

Also ist $\sqrt{\frac{18}{24}} = \frac{42}{48}$.

Wären auch Ganze bey dem Bruch, die kein vollkommenes Quadrat enthalten, so setzet man sie auf den nehmlichen Bruch, und ziehet die Wurzel sowohl aus dem Zähler als Nenner.

§. 111.

Ist die gegebene Quadratzahl, aus der man die Wurzel verlangt, eine benannnte Zahl, d. i. bestehet sie z. B. aus Quadratklafter, Schuhen, Zollen, Linien und Puncten, (wie dieses in der Geome-

Geometrie öfters vorzukommen pflegt) so thut man am besten, wenn man alle vorkommende größere Einheiten zuvor auf die kleinsten bringet (§. 25.). Dabey ist aber zu wissen nöthig, daß, da die Klafter 6 Schuh, der Schuh 12 Zoll, der Zoll 12 Linien, und die Linie 12 Puncten enthält, die Quadratklafter daher 36 Quadratschuh, der Quadratschuh 144 Quadratzoll, 1 Quadratzoll 144 Quadratlinien, und 1 Quadratlinie 144 Quadratpuncten in sich begreift. Soll man also z. B. aus 5 Quadratklafter, 2 Schuh, 4 Zoll, 3 Linien, 6 Puncten lauter Quadratpuncten machen, so ist:

$5^{\circ} \times 36'' + 2' = 182'$

$182' \times 144'' + 4 = 26212''$

$26212'' \times 144''' + 3''' = 3774531'''$

$3774531''' \times 144^{IV} + 6 = 543532470^{IV}$;

aus welchen man die Wurzel, wie oben gesagt, ziehen kann, um sie in Puncten nach dem Längenmaß zu erhalten; die alsdann wieder auf Linien, Zolle, Schuhe und Klafter reduciret werden.

Wäre aber der Zähler oder Nenner des gegebenen Bruches kein vollkommenes Quadrat, so suchet von beyden die Wurzel durch Näherung (§. 108.). Z. B. Es wäre aus $\frac{18}{24}$ die Quadratwurzel zu ziehen, so setzet:

18 ¦ 00 (42 der Zähler;	24 ¦ 00 (48 der Nenner.
16	16
200	800
82	88
2	8
164	704
=36	=96

Also ist $\sqrt{\frac{18}{24}} = \frac{42}{48}$.

Wären auch Ganze bey dem Bruch, die kein vollkommenes Quadrat enthalten, so setzet man sie auf den nehmlichen Bruch, und ziehet die Wurzel sowohl aus dem Zähler als Nenner.

§. 111.

Ist die gegebene Quadratzahl, aus der man die Wurzel verlangt, eine benannnte Zahl, d. i. bestehet sie z. B. aus Quadratklafter, Schuhen, Zollen, Linien und Puncten, (wie dieses in der Geome-

Fünfter Abſchnitt.

Von den Verhältniſſen.

Erſtes Hauptſtück.

Von den Verhältniſſen überhaupt.

§. 113.

Wenn man bey zwey Größen oder Zahlen betrachtet, um wie viel die eine größer oder kleiner, als die andere iſt, ſo pflegt man ſie ein arithmetiſches, und wenn man betrachtet, wie oft die eine in der andern enthalten iſt, ein geometriſches Verhältniß zu nennen. Die Größen oder Zahlen ſelbſt aber, die das Verhältniß ausmachen, heißt man die Glieder des Verhältniſſes, und zwar das vordere, oder hintere Glied. Iſt nun das vordere Glied kleiner als das hintere, ſo wird

das

das Verhältniß wachſend; im Gegentheil aber abnehmend genennt.

§. 114.

Wenn bey einem arithmetiſchen Verhältniß betrachtet wird, um wie viel eine Größe oder Zahl größer oder kleiner iſt, als die andere, ſo wird eigentlich der Unterſchied geſucht; bey einem geometriſchen aber will man wiſſen, wie oft ein Glied in dem andern enthalten iſt; und dieſes geſchiehet durch die Diviſion, und was man ſuchet, iſt der Quotient. Sowohl der Unterſchied in dem einen, als der Quotient in dem andern Verhältniß wird der Exponent deſſelben genennt.

Der Ausdruck des arithmetiſchen Verhältniſſes geſchiehet gemeiniglich ſo, daß zwiſchen den zwey Gliedern ein (,) und wenn es nöthig iſt, auch ihr Exponent darüber geſetzet wird; z. B. a^{n}, b oder $6^{3}, 8$.

Der Ausdruck des geometriſchen Verhältniſſes aber wird durch das Diviſionszeichen (:) kennbar gemacht, und wenn es erforderlich iſt, der Exponent darüber geſetzt, z. B. $a :^{n} b$, oder auch $\frac{a}{b}$, und $28 :^{7} 4$, oder $\frac{28}{4}$.

Bey

Bey dem Aussprechen eines Verhältnisses gebraucht man sich des Wortes zu, daher sagt man: a verhält sich zu b, oder 8 zu 2.

§. 115.

Jede Division kann also als ein geometrisches Verhältniß angesehen werden, worin der Dividendus das vordere, der Divisor das hintere Glied, und der Quotient der Exponent ist (§. 114.); und umgekehrt, ein jedes geometrisches Verhältniß ist eine Division, worin das vordere Glied der Dividendus, und das hintere der Divisor ist.

Da man nun auch einen jeden Bruch als eine Division ansehen kann, so muß auch jeder Bruch ein geometrisches Verhältniß ausmachen, worin der Zähler zum vordern, der Nenner aber zum hintern Glied wird. Betrachtet man nun ferner die Brüche als geometrische Verhältnisse, so ist klar, daß der Exponent eines eigentlichen Bruches allzeit kleiner als die Einheit, folglich selbst ein Bruch seyn müsse. Z. B. Es wäre der Bruch oder das Verhältniß $\frac{6}{12}$, so ist der Quotient oder Exponent nur $\frac{1}{2}$, und man kann überhaupt sagen, daß bey jedem wachsenden geometrischen Verhältniß der Exponent ein

Bruch,

[illegible] Verhältniß [illegible] im Gegentheil die [illegible] genannt.

§. [illegible]

Wenn bey einem arithmetischen Verhältniß betrachtet wird, um wie viel eine Größe oder Zahl größer oder kleiner ist, als der andere, so wird eigentlich der Unterschied gesucht; bey einem geometrischen aber will man wissen, wie oft ein Glied in dem andern enthalten ist; und dieses geschiehet durch die Division, und was man sucht, ist der Quotient. Sowohl der Unterschied in dem einen als der Quotient in dem andern Verhältniß wird der Exponent desselben genannt.

Der Ausdruck des arithmetischen Verhältnisses geschiehet gemeiniglich so, daß zwischen den zwey Gliedern ein (,) und wenn es nöthig ist, auch ihr Exponent darüber gesetzet wird; z. B. a^{n}, b oder $6^{2}, 8$.

Der Ausdruck des geometrischen Verhältnisses aber wird durch das Divisionszeichen (:) kennbar gemacht, und wenn es erforderlich ist, der Exponent darüber gesetzt, z. B. $a^{n} : b$, oder auch $\frac{a}{b}$, und $28^{7} : 4$, oder $\frac{28}{4}$.

Bey

§. 117.

Wenn eine Proportion aus der Gleichheit zweyer Verhältniſſe beſtehet, ſo wird ſolche auch am bequemſten durch das Zeichen der Gleichheit, zwiſchen beyden Verhältniſſen, ausgedrückt. Daher wird die arithmetiſche Proportion wie a, b = c, d; die geometriſche aber wie a : b = c : d, oder 6 : 12 = 20 : 40 vorgeſtellet, und mit Worten ausgeſprochen: a verhält ſich zu b, wie c zu d.

§. 118.

Wenn in einer Proportion das hintere Glied des erſten Verhältniſſes zugleich das vordere des zweyten iſt; ſo entſtehet eine ſtettige, oder eine aneinander hangende Proportion; worin demnach eigentlich nur drey Glieder ſind. Iſt aber ſolches nicht, ſo iſt es eine abgeſonderte Proportion, worin ſich demnach vier Glieder befinden müſſen.

Das erſte und letzte heißen die äußern, und das zweyte und dritte die mittlern Glieder.

Um die ſtettigen Proportionen auszudrücken, bedienet man ſich gewöhnlich folgender Zeichen; als zur arithmetiſchen $\div$ oder $\div$ a, b, c oder $\div$ 3, 8, 13; zur geometriſchen $\div\div$ a : b : c oder a : 4 : 8 d. i. a : b = b : c.

§. 119.

Bruch, im Gegentheil aber bey einem abnehmenden Verhältniß, oder bey einem uneigentlichen Bruche allzeit gröſſer, als die Einheit seye.

Z. B. von 16 : 8 iſt der Exponent = 2.

§. 116.

Zwey Verhältniſſe von einerley Art ſind einander gleich, 1. arithmetiſch, wenn die Unterſchiede derſelben gleich ſind; 2. geometriſch, wenn in beyden gleiche Exponenten vorhanden ſind.

Die Gleichheit zweyer Verhältniſſe heißt eine Proportion (Ebenmaß); die Gröſſen, welche die Proportion ausmachen, heißen die Glieder derſelben, und man pflegt zu ſprechen, daß ſie einander proportional ſind, oder in Proportion ſtehen. Sind alſo die zwey gleiche Verhältniſſe arithmetiſch, ſo entſtehet die arithmetiſche, ſind ſie aber geometriſch, die geometriſche Proportion.

Um zwey Verhältniſſe mit einander vergleichen zu können, müſſen ſie von einer Art ſeyn, nehmlich entweder beyde arithmetiſch, oder beyde geometriſch, und auch beyde abnehmend, oder beyde zunehmend. Wenn dieſes iſt, ſo kann man erſt unterſuchen, ob ſie gleich oder ungleich ſind.

§. 117.

Zweytes Hauptſtück.

Von den geometriſchen Proportionen.

§. 120.

In jeder geometriſchen Proportion iſt das Product der beyden äußern Glieder, gleich dem Producte der beyden mittlern; d. i. wenn $a:b=c:d$, ſo iſt $ad=bc$.

Denn man nenne den Exponenten dieſer zwey Verhältniſſe n, ſo iſt $a=bn$, und $c=dn$, weil jedes Verhältniß eine Diviſion vorſtellet, wovon das hintere Glied der Diviſor, der Exponent der Quotient, und das vordere Glied der Dividendus iſt, und das Product des Diviſors in den Quotienten iſt allzeit dem Dividendus gleich.

Daher kann man ſetzen: $bn:b=dn:d$; wovon das Product der äußern und mittlern Glieder $bnd=bnd$ iſt.

In Zahlen, wenn $12:4=15:5$
ſo iſt $12\times5=15\times4=60$.

§. 119.

Wenn zwey Verhältniſſe einem dritten gleich ſind, ſo ſind ſie auch unter ſich gleich. Denn da zwey Größen, die einer dritten gleich ſind, es auch unter ſich ſind (§. 4.), ein geometriſches Verhältniß aber nichts anders als eine zu dividirende, und ein arithmetiſches eine zu ſubtrahirende Größe vorſtellet, ſo ſind auch zwey Verhältniſſe, die einem dritten gleich ſind, unter ſich gleich; d. i. wenn a : b = c : d und e : f = c : d; ſo iſt auch a : b = e : f; und wenn a, b = c, d; und e, f = c, d; ſo iſt auch a, b = e, f.

Oder in Zahlen geometriſch:

wenn 12 : 4 = 15 : 5
und 21 : 7 = 15 : 5
ſo iſt auch 12 : 4 = 21 : 7;

und arithmetiſch:

wenn 10, 7 = 8, 5
und 12, 9 = 8, 5
ſo iſt auch 10, 7 = 12, 9.

Oder wenn in Zahlen ∷ 6 : 12 : x, so ist 12 × 12 = 6x, und $\frac{12 \times 12}{6} = x = 24$.

Eben so wäre zu verfahren, wenn das dritte Glied unbekannt, oder zu suchen wäre, d. i. wenn a : b = x : d, so ist ad = bx, und $\frac{ad}{b} = x$.

Soll in einer zusammenhangenden Proportion das mittlere Glied x gefunden werden, so setzet ∷ a : x : b, so ist $ab = x^2$, und $\sqrt{ab} = x$; und wenn in Zahlen ∷ 6 : x : 24 gegeben wäre, so setzet $x^2 = 24 \times 6$, und $x = \sqrt{24 \times 6} = 12$.

Auf der ersten dieser Regeln beruhet die sogenannte Regel Detri, wovon im folgenden Hauptstück ausführlicher gehandelt wird.

§. 123.

Es gibt demnach zwey unfehlbare Kennzeichen von der Richtigkeit einer geometrischen Proportion, und zwar 1. die Gleichheit der Exponenten; 2. die Gleichheit der Producte der äussern und mittlern Glieder.

§. 124.

Die vier Glieder einer geometrischen Proportion können achtmahl versetzet werden, und doch noch immer in Proportion bleiben, wie aus Folgenden erhellet:

Proportionen.	Producte der äußern und mittlern Glieder.
a : b = c : d	ad = bc
a : c = b : d	ad = cb
b : a = d : c	bc = ad
b : d = a : c	bc = da
c : a = d : b	cb = ad
c : d = a : b	cb = da
d : b = c : a	da = bc
d : c = b : a	da = cb

Oder in Zahlen.

8 : 4 = 6 : 3 ..... 8 × 3 = 24 = 4 × 6 = 24
8 : 6 = 4 : 3 ..... 8 × 3 = 24 = 6 × 4 = 24
4 : 8 = 3 : 6 ..... 4 × 6 = 24 = 3 × 8 = 24
4 : 3 = 8 : 6 ..... 4 × 6 = 24 = 8 × 3 = 24
6 : 8 = 3 : 4 ..... 6 × 4 = 24 = 8 × 3 = 24
6 : 3 = 8 : 4 ..... 6 × 4 = 24 = 3 × 8 = 24
3 : 4 = 6 : 8 ..... 3 × 8 = 24 = 4 × 6 = 24
3 : 6 = 4 : 8 ..... 3 × 8 = 24 = 6 × 4 = 24

Auf

Auf eben ſolche Art kann eine Proportion
rch Addition, Subtraction, Multiplication
) Diviſion mit andern Größen oder Propor-
nen zuſammen geſetzt, oder durch Erhebung
f Potenzen, oder Ausziehung der Wurzeln ſo
ändert werden, daß ihre Glieder ungeacht
ſen noch immer in Proportion bleiben, d. i.
i die Producte der äußern und mittlern Glie-
immer gleich ausfallen.

Die vorgeſetzten Grenzen erlauben nicht, hierüber noch weiter auszudehnen.

Drittes Hauptſtück.

Von der Regel Detri.

§. 125.

ie Regel Detri iſt eine Rechnungsart, durch man aus zwey oder drey gegebenen Zahlen die te oder vierte geometriſche Proportional-Zahl et, ſie gründet ſich auf §. 122.; und un chtet das Weſentliche davon ſchon daſelbſt an ihret worden iſt, ſo iſt doch deſſen Gebrauch

auch im gemeinen menſchlichen Leben ſo
ſig, und nicht leicht jemanden in Geſch
entbehrlich, und die Anwendung ſo manigfa
daß ſie gar wohl noch etwas weiter ausgef
zu werden verdienet.

§. 126.

Die Regel Detri beſtehet alſo aus
Verhältniſſen, worin ſich die zwey Glied
erſten, wie jene der letzten verhalten. Erk
man nun dieſes wirklich daran, ſo wird ſie
gerade Regel Detri genannt. Z. B. S
die in der Rechnung vorkommende Maßen,
wichte, oder ſonſt eine Anzahl von Dingen,
Größen, ſich gegen einander wie ihre P
der Arbeitslohn, wie die Zeiten, in den
ſchehen, u. ſ. w. verhalten; oder wenn man
3 Pfund koſten 15 fl., was koſten 8 Pfun
verhalten ſich wirklich die Pfunde, wie die
ſe, und man kann die Proportion anſ
3 ℔ : 8 ℔ wie 15 fl. : 40 fl. Wenn ab
gentheilig ein paar Glieder eines Verhäl
aus der Natur der Sache ſich wie umgekeh
Glieder des andern verhalten müſſen, ſo
dieſes eine umgekehrte Regel Det
nannt.

Z.

Z. B. Wenn man sagt: 6 Mann verrichten eine Arbeit in 4 Tagen, wie viele Tage werden 12 Mann dazu brauchen? hier kann man aus der Natur der Sache nicht sagen, daß die Anzahl der Tage sich gegen einander wie die Anzahl Arbeiter verhalten; denn jemehr Arbeiter sind, in um so viel kürzerer Zeit werden sie auch die Arbeit verrichten. Man muß daher die Glieder eines Verhältnisses umkehren, und die Proportion folgendermaßen anfetzen:

Mann. Tage.
12 : 6 = 2 : 4, weil die Tage hier sich umgekehrt wie die Anzahl Arbeiter verhalten.

Um zu erkennen, ob eine Rechnung nach der geraden, oder verkehrten Regel Detri zu verrichten sey, läßt sich eigentlich keine andere Regel geben, als daß man aus der Natur und Beschaffenheit der Sache beurtheile, ob das zu suchende Glied einer Proportion größer oder kleiner werden müsse, als das dritte. Setzt man daher anfangs die Proportion als gerade an, und nimmt wahr, daß die gesuchte Zahl größer oder kleiner ausfallen würde, als sie vermöge der Natur der Sache seyn sollte, so ist es allemahl eine verkehrte Regel Detri.

§. 127.

§. 127.

Da die Glieder einer Proportion zu ei
Regel Detri sowohl aus einfachen, als zusa
mengesetzten bestehen können, so wird auch da
nach die Regel Detri in die einfache und zu
sammengesetzte eingetheilt; deren jede wie
der gerade oder verkehrt seyn kann.

§. 128.

Aufgabe.

Wie die einfache gerade Regel Detri zu
verrichten?

Auflösung. 1. Setzet die gegebenen drey
Zahlen in ihre gehörige Proportion, und be
nennt das vierte zu suchende Glied indessen mit x.

2. Multipliciret die zwey mittlern Glieder
mit einander, und das Product davon dividiret
durch das erste, so ist der Quotient das vierte
gesuchte Glied. Z. B. 20 Mann verschiessen in
einer gewissen Zeit 1440 Patronen, wie viel
werden 60 Mann in der nehmlichen Zeit verschies
sen? setzet daher:

Mann. Patr.

$$20 : 60 = 1440 : x$$

und $\frac{1440 \times 60}{20} = x = 4320$ Patronen.

Oder:

Oder: 6 Ellen Tuch kosten 30 fl., wie viel kosten 4 Ellen? so setzet

Ellen. fl.

$$6 : 4 = 30 : x$$

und $\frac{30 \times 4}{6} = x = 20$ fl.

§. 129.

Haben die Glieder der Proportion Brüche bey sich, oder bestehen sie ganz aus solchen; so muß man bey der Multiplication, und Division der Glieder alles dasjenige beobachten, was oben bey der Lehre von Brüchen vorgeschrieben worden ist.

§. 130.

Bestehen die Glieder der Proportion aus größern und kleinern Einheiten, oder benannten Zahlen, so bringet solche zuvor auf die kleinste gegebene Einheit von einerley Benennung (§. 25.), und verrichtet hierauf die Rechnung damit, wie oben. Da alsdann das vierte Glied, das gefunden wird, ebenfalls aus derley kleinern Einheiten bestehet, so muß solches hernach wieder auf größere gebracht werden (§. 37.).

§. 131.

§. 131.

Die Probe, daß die Regel Detri richtig verrichtet wurde, ist: wenn man erstlich die zwey äußern, und dann auch die zwey mittlern Glieder mit einander multipliciret, und beyde Producte gleich ausfallen (§. 120.).

§. 132.

Aufgabe.

Die einfache verkehrte Regel Detri zu verrichten.

Auflösung. 1. Untersuchet, ob nach der Natur der Aufgabe das Verhältniß, zu welchem die zu suchende Zahl gehöret, gerade, oder verkehrt sey. Wenn nun das Verhältniß zwischen dem ersten und zweyten Gliede wachsend oder abnehmend ist, und das Gegentheil soll vermög der Natur der Sache zwischen dem dritten und vierten statt finden, so ist es eine verkehrte Regel Detri.

2. Ordnet die Glieder nach der gehörigen Proportion, in der sie zu stehen haben.

3. Verrichtet alsdann die Rechnung nach §. 128.

Z. B. 48 Wägen müssen 12 mahl an einen Ort fahren, um eine gegebene Last wegzuführ-

führen, wie oft müssen 18 Wägen fahren, um eben dieses zu verrichten?

Aus der Natur der Sache erhellet nun, daß 18 Wägen öfters als 48 an den Ort fahren müssen, und zwar um so öfter, je geringer die Anzahl der Wägen ist. Man kann daher nicht sagen: wie 48 : 18 = 12 : x, oder zu der gesuchten Zahl, sondern vielmehr umgekehrt; und da das erste Verhältniß 48 : 18 abnehmend ist, und das zweyte aber nothwendig wachsend werden muß, so wird hier eine verkehrte Regel Detri nothwendig, und die wahre Proportion ist:

18 : 48 = 12 : x; und dann ist

$$\frac{48 \times 12}{18} = x = 32.$$

§. 133.

Die zusammengesetzte Regel Detri, oder Regel von Fünfen enthält zusammengesetzte Verhältnisse, wozu eine noch unbekannte Proportional-Zahl gefunden werden soll. Diese unbekannte Proportional-Zahl gehöret nun entweder auch zu einen Glied des zusammengesetzten Verhältnisses, oder nicht, und ist für sich allein. Hieraus entstehen zwey verschiedene Fälle:

Der erste ist: wenn die unbekannte Zahl oder Größe kein Glied des zusammengesetzten Verhält-

hältnisses ist; wie z. B. $af : bg = c : x$, wo aus den einfachen Verhältnissen $a : b$ und $f : g$, das zusammengesetzte $af : bg$ entstanden ist; daher ist $\frac{bgc}{af} = x$; oder in Zahlen:

wenn $2 \times 8 : 3 \times 12 = 4 : x$ ist,

so ist $\frac{3 \times 12 \times 4}{2 \times 8} = x = 9$.

d. i. $\frac{144}{16} = x = 9$.

Der zweyte Fall ist: wenn die zu suchende unbekannte Zahl oder Größe in einem Gliede des zusammengesetzten Verhältnisses sich befindet, d. i. wenn z. B. $a : b = cf : dx$ gegeben wäre; so ist erstlich $adx = bcf$, und folglich $\frac{bcf}{ad} = x$; woraus alsdann die Regeln zur Verrichtung der zusammengesetzten geraden Regel Detri hergeleitet werden müssen, wobey man nur noch die einzelnen Größen a, b, c, d, f, x die Sätze zu nennen hat, um sie nicht mit den Gliedern der Verhältnisse zu vermischen.

§. 134.

§. 134.

Aufgabe.

Nach der zuſammengeſetzten geraden Regel Detri zu fünf Zahlen oder Sätzen die ſechſte Proportional-Zahl zu finden.

Auflöſung. 1. Setzet diejenigen Sätze zuſammen, aus welchen die Glieder des zuſammengeſetzten Verhältniſſes entſtehen müſſen, und multipliciret ſie durcheinander.

2. Ordnet dieſe Producte in die gehörige Proportion.

3. Im erſten Fall, oder wenn die geſuchte unbekannte Zahl nicht zu dem zuſammengeſetzten Verhältniß gehöret, ſo ſchlieſſet: wie das Product des erſten und andern Satzes zum Producte des dritten und vierten, ſo verhält ſich der fünfte zum geſuchten ſechſten.

4. Im zweyten Fall, wenn die geſuchte unbekannte Zahl ſelbſt ein Glied des zuſammengeſetzten Verhältniſſes iſt, ſo ſchlieſſet: wie der erſte Satz zum andern, ſo verhält ſich das Product des dritten und vierten, zum Producte des fünften und geſuchten ſechſten, d. i. wenn $a : b = cf : dx$ wäre, ſo ſetzet erſtlich $adx = bcf$ (§. 120.). Um nun x allein zu erhalten, ſo divi-

diret

diret bcf durch ad, ſo iſt $\frac{bcf}{ad} = x$ oder der unbekannte ſechſte Satz.

Das Vornehmſte bey dieſer Rechnung kommt darauf an, daß man wohl zu beurtheilen wiſſe, welche Sätze zuſammen gehören, und folglich deren Producte die Glieder des zuſammengeſetzten Verhältniſſes ausmachen müſſen; wozu wieder keine andere Regeln gegeben werden können, als daß ſolches nach der Natur der jedesmahligen Aufgabe entſchieden werden muß.

Beyſpiele.

Der Commandant einer belagerten Feſtung läßt 900 Mann zum Paliſadenfeuer in den bedeckten Weg rucken, für welche in 2 Nächten 57600 Flintenpatronen zu verſchieſſen angetragen werden. Man verlangt zu wiſſen, wie viel 752 Mann in 3 Nächten bey eben dieſem Feuer verſchieſſen würden? hier ſiehet man wohl leicht ein, daß die Anzahl der verſchoſſenen Patronen theils durch die Menge der ausgeruckten Mannſchaft, theils auch durch die Anzahl der Nächte beſtimmt werde; oder die in beyden Fällen verſchoſſenen Patronen verhalten ſich gegen einander, wie zuſammengeſetzt die Mengen der Mannſchaft, und die Zahl der Nächte. Folglich können die Sätze in folgende Ordnung kommen:

Mann.

Mann. Nächte. Mann. Nächt. Patron. Patron.

$$\underbrace{900 \times 2} : \underbrace{752 \times 3} = 57600 : x$$

$$1800 : 2256 = 57600 : x$$

Da ist nun $\frac{57600 \times 2256}{1800} = x = 72192.$

Ferner: 8 Mann graben in 6 Tagen 24 Cubikklafter aus, wie viel graben 12 Mann in 3 Tagen aus? setzet dahero:

Mann. Tag. Mann. Tag. Klaft. Klaft.

$$\underbrace{8 \times 6} : \underbrace{12 \times 3} = 24 : x$$

$$48 : 36 = 24 : x$$

Da ist also $\frac{36 \times 24}{48} = 18 = x.$

Beyde gegebene Beyspiele gehören zum ersten Fall, wenn aber die unbekannte Zahl zu einem Glied des zusammengesetzten Verhältnisses gehöret, so geschiehet die Rechnung auf die Art, wie im folgenden Beyspiel zu ersehen ist:

10 Mann brauchen in 6 Tagen 120 Pfund Brod, wie viel Mann wird man mit 300 Pfund in 5 Tagen aushalten können? hier siehet man wieder, daß der Vorrath des benöthigten Brodes theils durch die Menge der Mannschaft, theils durch die Zahl der Tage bestimmt werde, und also im zusammengesetzten Verhältniß der letztern stehe; wo demnach die gesuchte Zahl zu einen Glied des zusammengesetzten Verhältnisses nach

dem

dem zweyten Fall gehöret. Deßwegen kommen die Sätze der Proportion auf folgende Art zu stellen:

℔ ℔ Tag. Mann. Tag. Mann.

120 : 300 = 6 × 10 : 5 × x, und

120 : 300 = 60 : 5x; daher ist

300 × 60 = 120 × 5x, und

18000 = 600x, endlich

$\frac{18000}{600} = x = 30$ Mann.

§. 135.

Die verkehrte zusammengesetzte Regel Detri ist von der geraden bloß darin unterschieden, daß in derselben ein Verhältniß verkehrt angesetzet werden muß.

Wo demnach bloß aus der Natur, und angegebenen Umständen der Aufgabe beurtheilet werden muß, ob die Aufgabe zu der geraden, oder verkehrten Regel Detri gehöre.

§. 136.

Aufgabe.

Wie die verkehrte zusammengesetzte Regel Detri zu verrichten?

Auflösung. Setzet diejenigen Sätze zusammen, welche vermög der Beschaffenheit der

Auf-

ıfgabe die Glieder des zuſammengeſetzten Ver-
ltniſſes ausmachen, und multipliciret ſie mit
ander, wobey ihr:

2. zugleich unterſuchet, welche Glieder in
: verkehrtes Verhältniß geſtellt werden müſſen,
ı die richtige Proportion auszumachen.

3. Ordnet alsdann die Glieder gehörig in
: Proportion.

4. Und verrichtet die Rechnung wie oben
. 134.).

Beyſpiel.

In einer Beſatzung von 6000 Mann wird
em Manne täglich während 4 Monath 30 Loth
gewiſſen Lebensmitteln gereichet, es fragt
): wie viel Lothe man jedem Manne täglich ge-
n könne, damit 5000 Mann durch 6 Monathe
mit auslangen können?

Aus dieſer Aufgabe erſiehet man, daß die
ıstheilung der Lebensmittel ſich ſowohl durch
: Anzahl Mannſchaft, als auch durch die Län-
der Zeit beſtimmt, und alſo im zuſammenge-
ɜten Verhältniſſe derſelben ſtehen, das verkehrt
)n muß; denn je ſtärker die Beſatzung iſt, und
längere Zeit ſie mit den Lebensmitteln auskom-
en ſoll, deſto weniger kann täglich einem jeden
von ausgetheilet werden.

Man

Man ſetze alſo 6000 Mann. 5000 Mann.
4 Monath. 6 Monath.
24000 30000

und 30000 : 24000 = 30 Lth. : x

folglich iſt $\frac{24000 \times 30}{30000} = 24$ Lth. = x

Ein anderes Beyſpiel.

46 Arbeiter verfertigen in 6 Tagen 250 Klafter von einer gewiſſen Arbeit, wie viel Tage werden 58 Arbeiter mit 290 Klafter zu thun haben?

In dieſem Beyſpiele müſſen zur Beſtimmung der Tage ſowohl die Menge der Arbeiter, als auch die Anzahl der vorgeſchriebenen Klafter in Betrachtung gezogen werden; folglich entſtehet daraus ein zuſammengeſetztes Verhältniß der Arbeiter, und der Anzahl Klafter. Nun müſſen deſto mehrere Tage angenommen werden, je mehrere Klafter auszuarbeiten ſind, und dieſes Verhältniß iſt gerade; im Gegentheil, je größer die Anzahl der Arbeiter, je weniger Tage werden dazu erfordert, welches Verhältniß demnach umgekehrt ausfallet. Folglich ſtehen dieſe Tage in zuſammengeſetzten geraden Verhältniß der Größe der Arbeit, und in dem verkehrten der Zahl der Arbeiter.

Folg-

olglich iſt 250 Klaft. 290 Klaft.
58 Arbeiter. 46 Arbeiter.
2000 1740
1250 1160
14500 13340

Deßwegen kann man ſetzen:

14500 : 13340 = 6 Tag : x Tag, und

lglich iſt $\frac{13340 \times 6}{14500} = 5\frac{7540}{14500}$ Tage = x

§. 137.

Da bey der zuſammengeſetzten Regel Detri erhaupt nicht bloß ein Verhältniß der Proportn allein, ſondern auch alle beyde zuſammenſetzt ſeyn können; ferner, da ein zuſammengeſtes Verhältniß nicht bloß aus zwey einfachen rhältniſſen, ſondern auch aus mehreren zuſammen geſetzet ſeyn kann; ſo erſtrecket ſich auch Regel Detri nicht bloß auf 5 gegebene Sä, ſondern auch auf noch mehrere, um den bekannten daraus zu finden; wobey die Rechng allemahl nach ähnlichen Regeln zu verrichiſt, und jedesmahl aus der Natur der Aufbe ſelbſt fließet.

Obwohl die §. 134. und 136. gegebene Art, ohl die gerade als verkehrte zuſammengeſetzte

Regel Detri zu verrichten, die kürzeste ist; so ist doch nicht allemahl leicht zu erkennen, ob die Sätze in geraden oder verkehrten Verhältnisse stehen müssen.

Deßwegen ist den Anfängern anzurathen, die Aufgabe durch mehrere einfache Proportionen auflösen zu lernen. Um ihnen diese Art begreiflicher zu machen, so wollen wir die obigen zwey Beyspiele von der geraden und verkehrten zusammengesetzten Regel Detri auf diese Art aufzulösen zeigen, wie folget:

Um die Aufgabe §. 134. durch einfache Proportionen aufzulösen, so nehme man erstlich die Zeit, in welcher die Mannschaft die Patronen verschiesset, gleich an, und saget: wenn 900 Mann in zwey Nächten 57600 Patronen verschossen haben, wie viel werden 752 Mann in der nehmlichen Zeit brauchen? hier kann man also setzen:

$$900 : 752 = 57600 : x$$

$$\text{und } \frac{57600 \times 752}{900} = x = 48128 \text{ Patron.}$$

Da man also dadurch weiß, daß 752 Mann in 2 Nächten 48128 Patronen brauchen werden; so kann man nun auch leicht erfahren, wie viel sie in 3 Nächten nothwendig haben werden, weil

sich

ſich die Anzahl derſelben, wie die Mächte verhaltet. Setzet man alſo:

$$2 : 3 = 48128 : x$$

$$\text{ſo iſt } \frac{48128 \times 3}{2} = x = 72192 \text{ Patronen,}$$

welche Zahl mit der vorigen Auflöſung vollkommen übereins kommt.

Um die zweyte Aufgabe §. 136. ebenfalls durch einfache Proportionen aufzulöſen; ſo nehme man die Arbeit erſtlich gleich an, und beſtimme die Zeit, in welcher die andere Anzahl Arbeiter die nehmliche Arbeit verrichtet, indem man ſagt: wenn 46 Arbeiter 250 Klafter in 6 Tagen bearbeiten, in wie viel Zeit werden dieſes 58 Arbeiter verrichten können? Da man aus der Beſchaffenheit der Aufgabe abnehmen kann, daß die Sätze verkehrt vorkommen, ſo ſetze man die Proportion ebenfalls verkehrt, und zwar folgendermaßen an:

$$58 : 46 = 6 : x$$

$$\text{ſo iſt } \frac{46 \times 6}{58} = 4\frac{44}{58} = x \text{ Täge.}$$

Um alſo noch zu wiſſen, wie lang ſie an 290 Klaftern arbeiten müſſen; ſo hat man zu betrachten, daß ſich in dieſem Falle die Zeit wie die Klafter verhalten.

Deßwegen kann man ſetzen:

250 Klaft. : 290 Klaft. $= 4\frac{44}{58}$ Täg. : x Täge,

d. i. wenn die Ganzen auf Brüche geſetzet werden:

$$\frac{250}{1} : \frac{290}{1} = \frac{276}{58} : x.$$

Deßwegen iſt $\frac{290}{1} \times \frac{276}{58} : \frac{250}{1} =$

$\frac{80040}{14500} = x.$

Wenn nun aus dieſem uneigentlichen Bruche die Ganzen gezogen werden, ſo erhält man $5\frac{540}{14500}$ Täge, welches mit voriger Auflöſung (§. 136.) übereintrifft.

Vier-

Viertes Hauptstück.

Von der arithmetischen Proportion.

§. 138.

Da in einem arithmetischen Verhältnisse der Unterschied der Glieder anzeiget, um wie viel eines größer oder kleiner als das andere ist; so bekommt man das größere Glied, wenn man den Unterschied oder den Exponenten zu dem kleinern addiret; und das kleinere, wenn man denselben von dem größern subtrahiret.

Denn wenn $\div a, {}^{n}b$; oder $\div 7, {}^{3}10$, wie arithmetische Verhältnisse betrachtet werden, so ist $a + n = b$, und $7 + 3 = 10$; oder, wenn $b, {}^{n}a$ oder $10, {}^{3}7$ ist; so ist $b - n = a$, und $10 - 3 = 7$.

§. 139.

Man kann daher in einem arithmetiſchen Verhältniſſe anſtatt dem hintern Glied allezeit deſſen Werth ſetzen, der entſtehet, wenn man zu dem erſten Glied den Exponenten addirt, oder davon ſubtrahiret, nachdem nehmlich das Verhältniß wachſend, oder abnehmend iſt. Wenn man daher $a \overset{n}{,} b$ hat, $a \pm n = b$; deßwegen kann man den gleichen Werth von b nehmlich: $a, a + n$ ſetzen.

§. 140.

In jeder arithmetiſchen Proportion $a \overset{d}{,} b = c \overset{d}{,} f$; iſt die Summe der beyden äußern Glieder gleich der Summe der beyden mittlern, d. i. $a + f = b + c$; denn ſetzet anſtatt dem hintern Glied der beyden Verhältniſſen deſſen Werth nach §. 139.; ſo bekommt man anſtatt der Proportion

$a \overset{d}{,} b = c \overset{d}{,} f$, folgende:

$a, a + d = c, d +$ und davon ſind

$a + c + d = a + c + d$ als die Summen der mittlern und äußern Glieder gleich.

§. 141.

Iſt es eine ſtettige Proportion, ſo iſt die Summe der beyden äußern Glieder gleich dem doppelten mittlern; denn wenn $\div a, b = b, c$ iſt, ſo iſt $a + c = 2b$; oder wenn $\div 7, 10 = 10, 13$, ſo iſt $7 + 3 = 10 + 10 = 20$.

§. 142.

Es kann daher zu drey gegebenen Größen die vierte arithmetiſche Proportional-Größe gefunden werden.

Denn wenn $a, b = c, x$, ſo iſt (nach §. 140.) $a + x = b + c$, und folglich $x = b + c - a$.

Nicht minder kann zu zwey gegebenen Größen die dritte Proportional-Größe gefunden werden. Denn wenn $\div a, b, x$ ſo iſt, $a + x = 2b$, (§. 141.)

Eben ſo kann zu zwey gegebenen Größen die mittlere arithmetiſche Proportional-Größe gefunden werden.

Denn, wenn $\div a, x, b$ gegeben; ſo iſt $a + b = 2x$ (§. 141.), und folglich

$$\frac{a + b}{2} = x.$$

Es gibt alſo wieder zwey allgemeine Kennzeichen, woraus die Richtigkeit der arithmetiſchen

schen Proportionen beurtheilet werden kann; nehmlich: die Gleichheit der Unterschiede der Verhältnisse, und die Gleichheit der Summen der äußern und mittlern Glieder.

Da die arithmetischen Proportionen im gewöhnlichen Gebrauche nicht gar so oft, als die geometrischen vorzukommen pflegen, so wird der Kürze halber davon nichts weiter angeführt. Aus eben der Ursach werden die geometrischen und arithmetischen Progressionen oder Reihen ganz übergangen. Wer sich davon einige Kenntnisse verschaffen will, der findet hierzu in mehreren mathematischen Büchern genugsame Anleitung.

Inhalt

von

den nöthigen Anfangsgründen

der

Rechenkunſt.

Seite.

Vorerinnerung 3

Einleitung in die Rechenkunſt . . . 5

Erſter Abſchnitt.

von den erſten Gründen der Zahlenrechnung.

Erſtes Hauptſtück.

von Zählen 13

Zweytes Hauptſtück.

von der Addition 19

Drittes Hauptſtück.

von der Subtraction 23

Vier-

Seite

Viertes Hauptstück.

Von der Multiplication 1

Fünftes Hauptstück.

Von der Division 4

Zweyter Abschnitt.

Von den ersten Gründen der Buchstaben-Rechenkunst.

Erstes Hauptstück.

Von der Bezeichnung der Größen durch Buchstaben überhaupt 51

Zweytes Hauptstück.

Von der Addition algebraischer Größen . . 57

Drittes Hauptstück.

Von der Subtraction der algebraischen Größen 58

Viertes Hauptstück.

Von der Multiplication der algebraischen Größen 60

Fünftes Hauptstück.

Von der Division algebraischer Größen . . 64

Seite.

Dritter Abschnitt.

Von den Brüchen.

Erstes Hauptstück.

Von den Brüchen überhaupt . . . 71

Zweytes Hauptstück.

Von den vier Rechnungsarten mit Brüchen . 83

Vierter Abschnitt.

Von den Potenzen.

Erstes Hauptstück.

Von den Potenzen überhaupt . . . 99

Zweytes Hauptstück.

Von der Ausziehung der Quadrat-Wurzel . 108

Fünfter Abschnitt.

Von den Verhältnissen.

Erstes Hauptstück.

Von den Verhältnissen überhaupt . . 122

Zwey-

Seite

Zweytes Hauptstück.

Von den geometrischen Proportionen . . . 127

Drittes Hauptstück.

Von der Regel Detri 131

Viertes Hauptstück.

Von der arithmetischen Proportion . . 149

U 552 .A7 U5
Nothige Anfangsgrunde der Rech
Stanford University Libraries
3 6105 041 657 359

U
5
A7

Stanford University Libraries
Stanford, California

Return this book on or before date due.